

УДК 51-77

## Предельные возможности передачи информации в макросистемах

Амелькин С. А., Иванова О.С.

*ИПС имени А.К.Айламазяна РАН*

*e-mail: sam@sam.botik.ru, olety@yandex.ru*

*получена 22 ноября 2010*

**Ключевые слова:** экономические макросистемы, передача информации

Одним из важных ресурсов в экономических макросистемах является информация. Однако для моделирования экономических систем, в которых возможен обмен информацией между экономическими агентами, требуется составить модель, учитывающую свойства информации как ресурса; прежде всего, составить уравнения баланса. В статье представлена такая модель и на ее основе решена задача о предельных возможностях обмена информацией между двумя подсистемами в замкнутой системе.

### 1. Введение

Использование макросистемного подхода к процессам ресурсообмена позволило получить оценки эффективности функционирования термодинамических и экономических систем в условиях ограниченной продолжительности (или интенсивности) протекающих в них процессов [1]. Эти процессы представляют собой процессы ресурсообмена, причем ресурсы подчиняются закону сохранения: общий запас ресурса в замкнутой системе во времени не изменяется. Это означает, что в ходе ресурсообмена между двумя подсистемами  $A$  и  $B$  запасы ресурса  $N_A$  и  $N_B$  связаны соотношением

$$\frac{dN_A}{dt} = -\frac{dN_B}{dt}. \quad (1)$$

Однако существует ресурс, для которого уравнение (1) не выполняется: этот ресурс – информация. Действительно, если подсистема  $A$  передает информацию подсистеме  $B$ , то запас информации у  $A$  не уменьшается, а у  $B$  – растет. Вместе с тем, общее количество семантической информации [2] в системе остается неизменным, изменяется только распределение информации по подсистемам. Далее рассмотрена математическая модель системы, в которой происходит обмен информацией и предложены показатели эффективности передачи информации, учитывающие ограничение на продолжительность процесса обмена. С использованием этой модели получены условия оптимальности для задачи определения интенсивности рекламной деятельности предприятия.

## 2. Математическая модель передачи информации

Рассмотрим систему, состоящую из двух подсистем  $A$  и  $B$ , обменивающихся друг с другом информацией. Каждая из подсистем заинтересована в решении определенных задач и характеризуется функцией  $P$ , описывающей результативность решения (экономический эффект, вероятность решения задачи и т. д.) в зависимости от имеющейся у подсистемы информации. В зависимости от вида этой функции подсистема заинтересована в передаче, получении или охране информации от другой подсистемы.

Пусть подсистема  $A$  передает информацию подсистеме  $B$ . Объем информации, находящийся в распоряжении подсистем, можно разделить на

- информацию, которая имеется только у подсистемы  $i$  ( $i \in \{A, B\}$ ); обозначим запас такой информации  $K_i$ ;
- информацию, переданную подсистеме  $B$ ; обозначим количество этой информации  $J_A$ ;
- информацию, которая воспринята подсистемой  $B$  (обозначим количество такой информации  $I$ ) – эта информация является общей для подсистем  $A$  и  $B$ .

Результативность решения задач подсистемой  $A$  зависит от информации, имеющейся в ее распоряжении и переданной информации подсистеме  $B$ , однако эта подсистема не может контролировать восприятие информации подсистемой  $B$ . Поэтому целесообразно использовать оценку результативности подсистемой  $A$ , так что  $P_A = P_A(K_A, J_A)$ . Для подсистемы  $B$  зависимость результативности решения задач  $P_B = P_B(K_B, I)$ .

В замкнутой системе количества информации  $K_A + J_A$ ,  $K_B$  не изменяются во времени, поэтому по одному аргументу из уравнений состояния можно сократить. Таким образом, уравнения состояния подсистем  $A$ ,  $B$ , можно записать как

$$P_A = P_A(J_A) \quad P_B = P_B(I). \quad (2)$$

Введем также величину  $S_A$ , представляющую собой потери информации, то есть часть информации, которая была передана подсистемой  $A$ , но не воспринята подсистемой  $B$ .

Изменения величины  $P_i$  ( $i \in \{A, B\}$ ) за счет обмена информацией представляют собой ценность информации [3]:

$$v_A = \frac{dP_A}{dJ_A}, \quad v_B = \frac{dP_B}{dI}. \quad (3)$$

Положительное значение  $v_i$   $i \in \{A, B\}$  соответствует положительной мотивации  $i$ -й подсистемы к обмену информацией, в случае, когда  $v_i < 0$ ,  $i$ -я подсистема препятствует передаче или приему информации. Поэтому интенсивность потока информации  $q_A(v_A, v_B)$  можно представить в простейшем случае как

$$q_A(v_A, v_B) = \alpha(v_A + v_B), \quad (4)$$

где  $\alpha$  – размерный коэффициент пропорциональности.

Интенсивность потока информации  $q_A$  определяет изменение запасов информации у подсистемы  $A$ :

$$\frac{dJ_A}{dt} = -\frac{dK_A}{dt} = q_A(v_A, v_B). \quad (5)$$

Интенсивность получения информации подсистемой  $B$   $q_B < q_A(v_A, v_B)$ , так как существует доля информации, не воспринимаемая получателем [4]. Эта доля возрастает с увеличением интенсивности информационного потока. При обратимом процессе обмена информацией, когда  $q_A = 0$ , вся переданная информация может быть воспринята; в случае, когда  $q_A \rightarrow \infty$ , доля воспринимаемой информации стремится к нулю:

$$q_B = p(q_A)q_A; \quad \lim_{q_A \rightarrow 0} p(q_A) = 1, \quad \lim_{q_A \rightarrow \infty} p(q_A) = 0. \quad (6)$$

Величина  $p(q_A)$  может иметь вероятностный смысл, как вероятность того, что элементарное количество информации, отправленное подсистеме  $B$ , будет ею воспринято. Одной из возможных функций  $p(q_A)$  является экспоненциальная

$$p(q_A) = e^{-kq_A}. \quad (7)$$

В каждый момент времени значение  $p$  показывает эффективность процесса обмена, однако среднее значение  $p$  за все время процесса неинформативно. Для определения показателя эффективности информационного обмена запишем баланс для величины  $S_A = J_A - I$ :

$$\frac{dS_A}{dt} = (1 - p(q_A))q_A = \sigma > 0. \quad (8)$$

Величина  $\sigma$  представляет собой скорость потерь информации за счет необратимости, связанной с восприятием информации. По аналогии с термодинамическими и экономическими системами эту величину можно назвать диссипацией информации.

### 3. Предельная эффективность информационного обмена в замкнутой системе

Рассмотрим замкнутую систему, состоящую из двух подсистем  $A$  и  $B$ . Пусть в системе осуществляется передача информации от  $A$  к  $B$  так, что оценка информации у  $B$  связана с его тезаурусом:

$$v_B = v_B(I). \quad (9)$$

Это означает, что  $B$  рассматривается как пассивная подсистема с заданной функцией  $P_B(I)$ , а  $A$  – как активная подсистема, имеющая возможность произвольно изменять  $v_A$ . В качестве критерия оптимальности выберем среднее за промежуток времени  $\tau$  значение диссипации информации  $\bar{\sigma}$ . Задачу активной подсистемы можно формализовать следующим образом:

$$\bar{\sigma} = \int_0^\tau \left[ 1 - p\left(q_A(v_A, v_B(I))\right) \right] q_A(v_A, v_B(I)) dt \rightarrow \max_{v_A} \quad (10)$$

при условии

$$\dot{I} = p(q_A(v_A, v_B(I)))q_A(v_A, v_B(I)), \quad I(0) = I_0, \quad I(\tau) = I_F. \quad (11)$$

Значение  $I_F$  задано, так как общее количество доведенной до  $B$  информации фиксировано.

Поскольку направление потока информации в ходе процесса не изменяется, можно провести замену переменной интегрирования в задаче (16), (11):

$$dt = \frac{dI}{p(q_A(v_A, v_B(I)))q_A(v_A, v_B(I))}. \quad (12)$$

С учетом этой замены задача примет изопериметрическую форму. Учтем также, что управление  $v_A$  не содержится явно в задаче (16), (11). Поэтому, в качестве управления можно использовать поток информации  $q_A$ . Перепишем постановку задачи:

$$\int_{I_0}^{I_F} \frac{1 - p(q_A)}{p(q_A)} dI \rightarrow \max_{q_A} \quad \left| \quad \int_{I_0}^{I_F} \frac{dI}{p(q_A)q_A} = \tau. \quad (13)$$

Функция Лагранжа для этой задачи имеет вид

$$L = \frac{1}{p(q_A)} \left[ 1 - p(q_A) - \frac{\lambda}{q_A} \right], \quad (14)$$

а условие  $\frac{dL}{dq_A} = 0$ , определяющее оптимальное решение, приводит к требованию

$$\frac{1}{q_A} \left[ \frac{1}{E(q_A)} + 1 \right] = \frac{1}{\lambda} = \text{const}, \quad (15)$$

где  $E(q_A) = \frac{dp}{dq_A} \frac{q_A}{p}$  представляет собой величину эластичности восприятия информации пассивной подсистемой. Для зависимости  $p(q_A)$  вида (7) решение задачи имеет вид

$$\frac{1 - kq_A}{q_A} = \text{const}.$$

Это решение совместно с ограничением на время процесса позволяет найти оптимальную зависимость  $v_A(I)$ , а с учетом (12) искомую функцию  $v_A(t)$ . Математическая модель информационного обмена может использоваться при решении задач о предельных возможностях систем автоматического обучения [6] при ограничении на продолжительность процесса. В существующих моделях параметром эффективности процесса является точность – вне зависимости от времени, необходимого системе для ее движения. В ряде приложений: задачи поиска/классификации [7], распределение вычислительных нагрузок в параллельных и GRID системах [8],[9], вопросы максимальной эффективности системы обучения при фиксированной интенсивности информационных потоков становятся актуальными. В последнее время рассматриваются задачи автоматизированного формирования навыков в образовательных системах, однако применение формальных методик в педагогике должно быть хорошо обоснованным, а их использование – ограничено конкретными задачами.

## 4. О рекламе

Процесс передачи информации имеет важное значение в экономических системах. Так, например, основной задачей PR и рекламы является передача информации потребителю о предприятии и производимом им товаре. Учитывая, что потребитель обычно не заинтересован в получении этой информации ( $v_B \approx 0$ ), предприятие должно не только обеспечить передачу информации, но и обеспечить восприятие ее потребителем. Рассмотрим задачу выбора оптимального режима рекламной деятельности предприятия. Будем считать, что ценность информации для потребителя  $v_B$  – заданная функция времени. Управлением является интенсивность передачи информации предприятием  $q_A$ . Критерий оптимальности – объем воспринятой потребителем информации за заданное время  $\tau$ ; ограничение накладывается на объем переданной информации за то же время, что косвенно характеризует затраты на рекламу [5]. Таким образом, задача имеет вид:

$$\int_0^{\tau} q_B(q_A) dt \rightarrow \max_{q_A} \left| \int_0^{\tau} q_A dt = q_0. \right. \quad (16)$$

Решение этой задачи определяется условием равенства нулю функции Лагранжа:

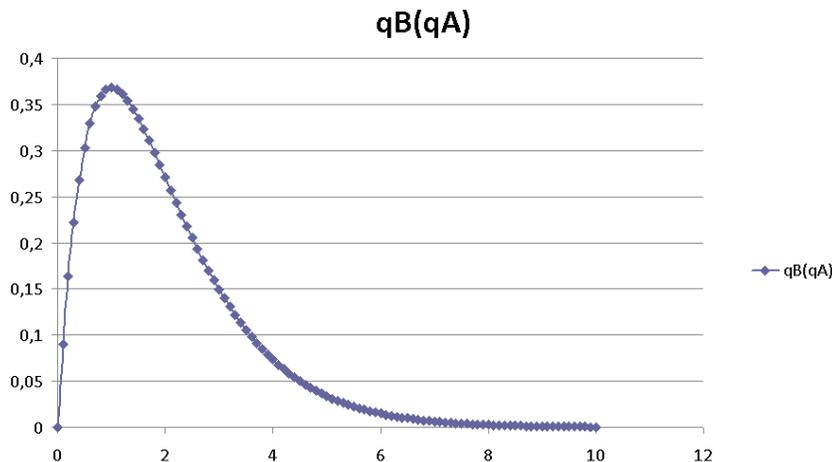
$$L = p(q_A)q_A - \lambda q_A,$$

$$\frac{dL}{dt} = \frac{dp}{dq_A} q_A + p(q_A) - \lambda = 0. \quad (17)$$

С учетом зависимости (7) уравнение (17) примет вид:

$$e^{-kq_A}(1 - kq_A) = \lambda.$$

График зависимости величины  $q_B$  от  $q_A$  показан на рисунке.



В случае, когда оценка ценности потребителем не постоянна, а зависит от уже воспринятой им информации, задача сводится к виду (16, 11).

Таким образом, предложена формализация задачи передачи и восприятия информации на основе макросистемного подхода. Показаны области применимости данного подхода и предложено решение задачи об эффективности рекламной деятельности.

## Список литературы

1. Цирлин А. М. *Оптимальные процессы в необратимой термодинамике и микроэкономике*. М.: Физматлит, 2003.
2. Колмогоров А. Н. *Теория информации и теория алгоритмов*. М.: Наука, 1987.
3. Харкевич А. А. *О ценности информации*. М.: Физматгиз, 1960. С. 53–72.
4. Plotkin H. *Darvin Mashines and the Nature of Knowledge*. Harvard: Harvard University Press, 1993.
5. Орлов А. И. *Эконометрика*. М.: Экзамен, 2002.
6. Фельдбаум А. А. *Процессы обучения людей и автоматов*. М., 1972.
7. Агеев М. С., Добров Б. В., Лукашевич Н. В., Сидоров А. В. *Экспериментальные алгоритмы поиска классификации и сравнение с „basic line“* // Российский семинар по оценке методов информационного поиска. Пущино, 2004. С. 63–89.
8. Городинов А. В. *Разработка однопроходного метода прогнозирования серверной нагрузки вычислительной системы* // Научно-техническая библиотека, <http://sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/7837.html>, 2005
9. Hui C., Chanson S. T. *Theoretical Analysis of the Heterogeneous Dynamic Load Balancing Problem Using a Hydro-Dynamic Approach* // Journal of Parallel and Distributed Systems. 1997. Vol. 43. P.139–146.

## Limiting Possibilities of Transmission of Information in an Economic Macrosystem

Amelkin S.A., Ivanova O.S.

**Keywords:** economic macrosystem, information exchange

Information is a very important resource in economic interaction. But information is not a usual resource, it requires formalization of a model that takes into account specific features of the information. This model based on balance equations is represented in the paper. A problem of extreme performance of a closed economic system where agents can exchange information is solved with the help of the model introduced.

### Сведения об авторах:

**Амелькин Сергей Анатольевич,**

Учреждение Российской академии наук

Институт программных систем им. А.К. Айламазяна РАН,

директор исследовательского центра системного анализа;

**Иванова Ольга Сергеевна,**

Учреждение Российской академии наук

Институт программных систем им. А.К. Айламазяна РАН,

инженер исследовательского центра медицинской информатики