

## Об одном методе распознавания изображений

Михайлов И. А.

*Ярославский государственный университет  
150 000, Ярославль, Советская, 14*

*получена 12 марта 2007*

### Аннотация

Рассматривается задача распознавания изображений алфавитно-цифровых символов. Предлагается метод распознавания, основанный на введенной в работе метрике. Приведены результаты экспериментов на случайных изображениях и сравнение с метрикой Хаусдорфа.

### Введение

В этой работе рассматривается задача распознавания черно-белых растровых изображений алфавитно-цифровых символов, заданных матрицами из нулей и единиц соответствующего размера. Изображения: как образцы, так и тесты — могут быть различного размера; для приведения их к одному размеру используется масштабирование.

Работа содержит четыре раздела.

В первом разделе приводятся постановка задачи, обозначения, применяемые в статье, и понятие метрики на изображениях.

Во втором разделе описывается стандартный подход к решению задачи распознавания, использующий метрику Хаусдорфа для определения схожести изображений.

В третьем разделе дается описание другого метода распознавания, получившего название метода срезов.

В четвертом разделе описываются четыре модели искажения изображений: две из них накладывают шумовые помехи на изображение-образец, другие две искажают контур символа-образца. Для каждой модели строится 5000 тестовых изображений.

Далее на подготовленном наборе тестовых изображений проводится эксперимент с целью сравнения описанных выше методов. В результате сравнения делается вывод: количество верно распознанных тестовых изображений в среднем для моделей наложения шума у метода срезов на 35% больше, чем у метода, основанного на метрике Хаусдорфа, для моделей искажения контура — на 1% меньше.

## 1. Постановка задачи и обозначения

В этом разделе приводятся постановка задачи, обозначения, применяемые в статье, и понятие метрики на изображениях.

### 1.1. Постановка задачи

Рассматривается задача распознавания изображений цифровых символов. Будем работать только с растровыми черно-белыми изображениями. Пусть задан алфавит изображений-образцов и одно тестовое изображение. Размеры изображений: как образцов, так и теста — могут быть различны. Задача состоит в том, чтобы для тестового изображения найти наиболее похожее на него изображение-образец из заданного алфавита. Степень схожести определяется метрикой на множестве изображений.

### 1.2. Основная трудность

Главная проблема в задаче распознавания изображений — это наличие помех в тестах. Помехи могут быть разделены на две категории:

- создающие шум вокруг символа и удаляющие его части;
- изменяющие контур самого символа.

Это разделение условно, так как искажения, вносимые помехами второго вида, могут быть внесены помехами первого. Необходимость выделения категорий вызвана различием подходов к решению задачи распознавания. Методы, ориентированные на определенную форму символов и наличие шума, возможно, окажутся неэффективны или даже неприменимы в том случае, когда для каждого символа имеется множество различных вариантов начертания, но количество шума сравнительно невелико.

### 1.3. Обозначения

Как было сказано в постановке задачи, рассматриваемые нами изображения являются растровыми, то есть каждое из них представляет собой множество пикселей — узлов прямоугольной решетки.

Пусть  $I$  — некоторый черно-белый растр размеров  $m \times n$ . Будем считать, что наименьшие  $x$ - и  $y$ -координаты его пикселей равны 1. Сопоставим изображению матрицу  $A = (a_{ij})$  размера  $n \times m$  по правилу:  $a_{ij} = 1$ , если пиксель изображения  $I$  с координатами  $(j, i)$  отличен от фона, или  $j = 1$ . В противном случае  $a_{ij} = 0$ . Далее будем задавать изображения описанными матрицами.

### 1.4. Сведение задачи распознавания изображений к задаче сравнения двух изображений

Во всей работе решение поставленной задачи будем полагать наиболее очевидным: сравнение теста с каждым образцом из алфавита и выбор наиболее близкого из них. Поэтому при описании различных подходов к задаче распознавания сосредоточимся на алгоритме сравнения двух изображений. В случае использования метрики (ее определение будет дано в следующем пункте) выходом может быть значение метрики, тогда наиболее близкий образец тот, для которого это значение минимально.

### 1.5. Определение метрики

Один из стандартных подходов к задаче распознавания — это введение и использование метрики на множестве изображений. Метрика — это функция, отображающая множество пар изображений на множество действительных чисел. Она должна обладать следующими свойствами:

- расстояние (значение метрики) между двумя изображениями неотрицательно и равно нулю тогда и только тогда, когда изображения совпадают;
- свойство симметричности — расстояние от изображения  $A$  до изображения  $B$  равно расстоянию от  $B$  до  $A$ ;
- неравенство треугольника — сумма расстояний от  $A$  до  $B$  и от  $B$  до  $C$  не меньше, чем расстояние от  $A$  до  $C$ .

Иными словами, метрика на изображениях — это мера различия (или разности) между ними.

## 2. Метод, основанный на метрике Хаусдорфа

В этом разделе описывается стандартный подход к решению задачи распознавания, использующий метрику Хаусдорфа для определения схожести изображений. Раздел включает в себя определение метрики Хаусдорфа и описание простейшего алгоритма сравнения изображений, использующего эту метрику.

### 2.1. Определение метрики Хаусдорфа

На практике достаточно часто применяется сравнение изображений с помощью метрики Хаусдорфа [1]. Метрика Хаусдорфа определяется на множестве всех непустых компактных подмножеств плоскости. Теперь дадим ее определение.

**Отклонением** множества из одной точки  $\{x'_0\}$  от компактного множества  $G$  называется

$$\sigma(x'_0, G) = \min_{y' \in G} \|x'_0 - y'\|,$$

где  $\min \|x'_0 - y'\|$  — евклидово расстояние между точками  $x'_0$  и  $y'$ .

**Отклонением** множества  $G_1$  от  $G_2$  называется

$$\sigma(G_1, G_2) = \max_{x' \in G_1} \sigma(x', G_2).$$

**Метрикой Хаусдорфа** называется

$$\rho(G_1, G_2) = \max\{\sigma(G_1, G_2), \sigma(G_2, G_1)\}.$$

## 2.2. Применение метрики Хаусдорфа в задаче распознавания изображений

Применение метрики Хаусдорфа в задаче распознавания изображений возможно, если научиться сопоставлять изображениям компактные множества. Будем сопоставлять, используя следующие правила:

- Каждому изображению соответствует матрица (см. пункт 1.3);
- Каждую такую матрицу очевидным образом можно соотнести с дискретным множеством точек на плоскости.

## 2.3. Описание алгоритма масштабирования изображений

Входные данные:

- матрица изображения  $(a_{ij})$  размера  $n_1 \times m_1$ ;
- размер, к которому нужно привести матрицу, —  $n_2 \times m_2$ .

Выходные данные:

- матрица изображения  $(b_{ij})$  размера  $n_2 \times m_2$ .

Опишем теперь сам алгоритм.

1. На первом этапе строится вспомогательная матрица  $(c_{ij})$  размера  $n_2 \times m_1$  по следующему правилу:  $c_{ij} = a_{kj}$ , где  $k = \lceil i \cdot n_1 / n_2 \rceil$ ,  $1 \leq i \leq n_2$ ,  $1 \leq j \leq m_1$ .
2. На втором этапе строится матрица  $(b_{ij})$  по правилу:  $b_{ij} = c_{ik}$ , где  $k = \lfloor j \cdot m_1 / m_2 \rfloor$ ,  $1 \leq i \leq n_2$ ,  $1 \leq j \leq m_2$ .

Матрица  $(b_{ij})$  возвращается в качестве результата.

## 2.4. Описание простейшего алгоритма сравнения

Приведем теперь описание простейшего алгоритма сравнения на основе этой метрики.

Входные данные:

- Матрицы изображений теста и образца.

Выходные данные:

- Действительное число — значение метрики.

Так как изначально матрицы образца символа и теста обладают различными размерами, то на первом этапе тест приводится к размеру образца с помощью алгоритма масштабирования, описанного в предыдущем пункте.

На втором этапе производится поиск такого взаимного расположения изображений теста и образца, чтобы значение метрики Хаусдорфа между ними было минимальным. Поиск осуществляется следующим образом.

Вначале матрицы изображений сдвигаются так, чтобы совместились их центры тяжести. Вычисляется значение метрики. Если при уменьшении на 1 координаты  $x$  теста значение метрики между ним и образцом стало меньше, то продолжаем уменьшать координату  $x$  на 1, в противном случае увеличиваем ее на 1. Изменение (уменьшение или увеличение)  $x$  координаты продолжается до тех пор, пока значение метрики уменьшается. Теперь координата  $x$  фиксируется, и производится аналогичный поиск по столбцам, то есть изменяется координата  $y$ . После вычисления обеих координат вектора сдвига вычисляется значение метрики, которое возвращается в качестве результата.

Данный алгоритм будет использоваться в эксперименте, описанном в четвертом разделе.

### 3. Метод срезов

В этом разделе дается описание другого метода распознавания, названного методом срезов. Раздел содержит определения бесконечного вектора, линейного образа и определения используемых метрик.

#### 3.1. Определение бесконечного вектора и метрики на множестве бесконечных векторов

Под **бесконечным вектором** будем понимать вектор, обладающий такими свойствами:

1. Размерность вектора бесконечна, то есть вектор содержит бесконечно много координат;
2. Для каждого бесконечного вектора  $V$  существует такое  $n \geq 0$ , что  $v_i \geq 0$  для  $i \leq n$  и  $v_i = 0$  для  $i > n$ . Заметим, что значение  $n$  допускается равным 0.

Пусть  $V', V''$  — бесконечные векторы.

**Метрикой** на множестве бесконечных векторов будем называть

$$\rho(V', V'') = \sum_{p=1}^{\infty} |v'_p - v''_p|.$$

Легко видеть, что выполняются соответствующие свойства метрики:

$$\rho(V_1, V_2) \geq 0, \quad \rho(V_1, V_2) = 0 \Leftrightarrow V_1 = V_2, \quad (1)$$

$$\rho(V_1, V_2) = \rho(V_2, V_1), \quad (2)$$

$$\rho(V_1, V_2) + \rho(V_2, V_3) \geq \rho(V_1, V_3). \quad (3)$$

#### 3.2. Определение линейного образа и метрики на множестве линейных образов

Пусть имеется матрица изображения  $A = (a_{ij})$  размера  $n \times m$ .

Для каждого  $i : 1 \leq i \leq n$  определим множество индексов  $S(A, i)$

$$S(A, i) = \{s_1, s_2, \dots, s_k\} = \{j : a_{ij} = 1 \wedge (j = 1 \vee a_{i,j-1} = 0), 1 \leq j \leq m\}.$$

Будем считать, что  $s_1 < s_2 < \dots < s_k$ .

**Вектором разности**  $V(A, i, N)$ , где  $A = (a_{ij})$  — матрица изображения размера  $n \times m$ ,  $1 \leq i \leq n$ ,  $N$  — натуральное, будем называть бесконечный вектор действительных чисел, построенный следующим образом:

$$v_p(A, i, N) = \begin{cases} (s_p(A, i) - s_{p-1}(A, i)) \cdot N/m, & 2 \leq p \leq |S(A, i)|, \\ 0, & |S(A, i)| < p < \infty, \end{cases}$$

где  $v_p(A, i, N)$  —  $i$ -й элемент вектора  $V(A, i, N)$ .

**Линейным образом** матрицы изображения  $A = (a_{ij})$  размера  $n \times m$  с частотой сечения  $N$ , где  $N$  — натуральное, будем называть мультимножество векторов разности для этой матрицы

$$L(A, N) = \{l_p : l_p = V(A, ]n \cdot p / N[, N), 1 \leq p \leq N\}.$$

Пусть  $L(A_1, N), L(A_2, N)$  — линейные образы матриц изображений  $A_1$  и  $A_2$  с частотой сечения, равной  $N$ .

**Метрикой** на множестве линейных образов матриц изображений с частотой сечения  $N$  будем называть

$$\rho(L(A_1, N), L(A_2, N)) = \sum_{1 \leq i \leq N} \rho(l_i(A_1, N), l_i(A_2, N)),$$

где  $l_i(A_1, N)$  —  $i$ -й элемент мультимножества  $L(A_1, N)$ ,  $l_i(A_2, N)$  —  $i$ -й элемент мультимножества  $L(A_2, N)$ .

Легко проверить, что выполняются соответствующие свойства метрики:

1. (a)  $\rho(L(A_1, N), L(A_2, N)) \geq 0$ ,  
 (b)  $\rho(L(A_1, N), L(A_2, N)) = 0 \Leftrightarrow L(A_1, N) = L(A_2, N)$ .

Доказательство следует из (1).

2. 
$$\rho(L(A_1, N), L(A_2, N)) = \sum_{1 \leq i \leq N} \rho(l_i(A_1, N), l_i(A_2, N)) = \sum_{1 \leq i \leq N} \rho(l_i(A_2, N), l_i(A_1, N)) = \rho(L(A_2, N), L(A_1, N)).$$

3. 
$$\rho(L(A_1, N), L(A_2, N)) + \rho(L(A_2, N), L(A_3, N)) \geq \rho(L(A_1, N), L(A_3, N)).$$

Доказательство следует из (3).

### 3.3. Описание алгоритма сравнения

Входные данные:

- Матрицы изображений теста и образца.

Выходные данные:

- Действительное число - значение метрики.

На первом этапе этого алгоритма происходит построение линейных образов теста и образца, на втором вычисление значения метрики между ними. Полученное значение возвращается в качестве результата.

Данный алгоритм будет использоваться в эксперименте, описанном в четвертом разделе.

## 4. Описание моделей искажения изображений и результаты работы алгоритмов

Теперь приведем результаты работы алгоритмов сравнения на наборе тестовых изображений. Алфавит образцов включает в себя 10 изображений символов '0'-'9' высотой 14 пикселей, полученных с помощью шрифта Times New Roman. Тестовые изображения строились с использованием 4 алгоритмов искажения: в двух из них на изображение-образец из алфавита наносились шумовые помехи и еще в двух искажался контур символа-образца. Эксперимент с каждым видом искажения включал в себя 500 тестовых изображений для каждого из 10 образцов. В алгоритме метода срезов частота сечения бралась равной 100, а в алгоритме метода, основанного на метрике Хаусдорфа, в качестве расстояния между точками на плоскости использовалось евклидово расстояние.

Опишем все алгоритмы по порядку, используя при этом сокращенные обозначения: метод, основанный на метрике Хаусдорфа, — Hausdorf, метод срезов — Slices. В таблицах верхняя строка содержит названия методов, нижняя — соответствующее количество верно распознанных тестов (в процентах).

1. Нанесение на изображение-образец одиночных пикселей. Расположение каждого пикселя выбиралось случайно. Цвет всех пикселей совпадал с цветом контура. Их количество варьировалось от 1 до 50. Результаты показаны в таблице 1.

Таблица 1.

Hausdorf	Slices
34,92%	83,22%

2. Нанесение на изображение-образец прямых линий. Направление, длина и толщина линий были случайны; длина колебалась в пределах от 1 до 7 пикселей, толщина — от 1 до 3 пикселей. Цвет половины из них совпадал с цветом фона, поэтому они стирали части контура символа; цвет остальных совпадал с цветом символа. Результаты показаны в таблице 2.

Таблица 2.

Hausdorf	Slices
65,0%	85,96%

Алгоритмы искажения контура, описанные далее, на входе получают последовательность узлов контура (или цепь), построенную вручную. Узел представляет собой координаты некоторой точки контура. В среднем цепь содержит около 25 узлов, распределенных по всему контуру. В цепь символа-образца вносились изменения, затем она отображалась в растр.

3. Сдвиг каждого узла цепи на случайный вектор. При этом координаты изменялись не более, чем на 20% от размеров изображения. Результаты показаны в таблице 3.

Таблица 3.

Hausdorf	Slices
66,74%	67,8%

4. Разбиение контура символа на несколько сегментов, поворот каждого сегмента относительно узла, случайно выбранного в данном сегменте. Угол поворота лежал в пределах от  $-\pi/6$  до  $\pi/6$ . Результаты показаны в таблице 4.

Таблица 4.

Hausdorf	Slices
66,32%	63,42%

Если измерять эффективность методов соответствующим количеством верно распознанных тестовых изображений, то можно сделать следующие выводы:

1. Для первой модели искажения метод срезов эффективнее на 48,3%.
2. Для второй модели искажения метод срезов эффективнее на 20,96%.
3. Для третьей модели искажения метод срезов эффективнее на 1,06%.
4. Для четвертой модели искажения метод срезов менее эффективен, чем метод, основанный на метрике Хаусдорфа, на 2,9%.

Таким образом, метод срезов более приспособлен для распознавания зашумленных черно-белых изображений, чем метод, основанный на метрике Хаусдорфа.

## Список литературы

1. Скворцов, В.А. Примеры метрических пространств /В.А.Скворцов //Библиотека "Математическое просвещение". — 2001. — Вып. 9.

## An Algorithm for the Recognition of Images

Mikhailov I.A.

A new algorithm for the recognition of digits is proposed. The result of computer experiments is described.