

Research of Models of Topological Relations of Spatial Objects

V. G. Gorshkov¹, D. M. Murin¹, O. P. Yakimova¹

DOI: [10.18255/1818-1015-2022-3-154-165](https://doi.org/10.18255/1818-1015-2022-3-154-165)

¹P. G. Demidov Yaroslavl State University, 14 Sovetskaya str., Yaroslavl 150003, Russia.

MSC2020: 68W99

Research article

Full text in Russian

Received July 14, 2022

After revision August 29, 2022

Accepted September 2, 2022

In map production it is necessary to keep the spatial relationships between map objects. Generalization is the simplification performed on geographical data when decreasing its representation scale. It is a common practice to simplify each type of spatial objects independently (administrative boundaries first, then road network, hydrographic network, etc.). During the process some spatial conflicts, which require manual correction, arise inevitably. The generalization automation still remains an open issue for data producers and users. Many researchers are working to achieve a higher level of automation. In order to detect the spatial conflicts a refined description of spatial relationships is needed.

The paper analyzes models of describing topological relationships of spatial objects: the nine intersections model, the topological chain model and the E-WID model. Each considered model allows to take into account some relations between objects, but does not allow to transfer them exactly. As a result, the task of developing a model of relations preserving topology is relevant. We have proposed an improved model of nine intersections, which takes into account the topological conflict that occurs when a point object is located next to a simplified line. Line simplification is one of the most requested actions in map production and generalization. When the mesh covered the map inside the cell there can be points, line segments and polygonal topological objects, which, if the cell is rather small, are polyline objects. Thus, the issue of simplification of topological objects within a cell is reduced to the issue of simplification of linear objects (polylines). The developed algorithm is planned to be used to solve the problem of consistent generalization of spatial data. The ideas outlined in this article will form the basis of a new index of spatial data that preserves their topological relationships.

Keywords: modeling; simplification algorithms; cartographic generalization; topological relations

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Vladislav G. Gorshkov | orcid.org/0000-0002-2424-3942. E-mail: gorshkov.vladik@mail.ru
correspondence author | programmer.

Dmitriy M. Murin | orcid.org/0000-0002-8068-0784. E-mail: d.murin@uniyar.ac.ru
associate professor, Ph.D. in Mathematics.

Olga P. Yakimova | orcid.org/0000-0001-8816-2802. E-mail: olga_pavl02@mail.ru
associate professor, Ph.D. in Mathematics.

Funding: P. G. Demidov Yaroslavl State University, project P2-GM3-2021.

For citation: V. G. Gorshkov, D. M. Murin, and O. P. Yakimova, “Research of Models of Topological Relations of Spatial Objects”, *Modeling and analysis of information systems*, vol. 29, no. 3, pp. 154-165, 2022.

Исследование моделей топологических отношений пространственных объектов

В. Г. Горшков¹, Д. М. Мурин¹, О. П. Якимова¹DOI: [10.18255/1818-1015-2022-3-154-165](https://doi.org/10.18255/1818-1015-2022-3-154-165)¹Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова, ул. Советская, д. 14, г. Ярославль, 150003 Россия.

УДК 004.67

Научная статья

Полный текст на русском языке

Получена 14 июля 2022 г.

После доработки 29 августа 2022 г.

Принята к публикации 2 сентября 2022 г.

В процессе генерализации картографических данных необходимо сохранять взаимное расположение объектов. В то же время общепринятой является практика упрощения каждого типа картографических объектов независимо (сначала административные границы, потом дорожная сеть, гидрографическая сеть и т. д.), а потом проведение ручной или автоматической коррекции ошибок. В связи с развитием вычислительной техники и переводом большого числа картографической информации в электронную форму возникла необходимость в автоматизации этого процесса. Для выявления пространственных конфликтов необходимо уточненное описание пространственных отношений.

В работе проанализированы модели описания топологических отношений пространственных объектов: модель девяти пересечений, модель топологической цепочки и модель E-WID. Каждая рассмотренная модель позволяет учитывать некоторые отношения между объектами, но не позволяет передавать их в точности. Вследствие этого становится актуальным направление исследований, посвященное уточнению таких моделей. Нами предложена усовершенствованная модель девяти пересечений, учитывающая порождение топологического конфликта, состоящего в нарушении “правила буравчика”, при упрощении ломаной линии, рядом с которой располагается точечный объект. Несмотря на кажущуюся простоту рассматриваемых объектов, упрощение ломаной является одним из наиболее востребованных действий при работе с картами. При покрытии карты сеткой, внутри ячейки могут находиться точечные объекты и элементы линейных и полигональных топологических объектов, которые, при достаточной мелкости сетки, представляют собой полилинейные объекты. Таким образом, вопрос об упрощении топологических объектов внутри ячейки сводится к вопросу упрощения полилинейных объектов (ломаных). Разработанный алгоритм планируется применять для решения задачи согласованной генерализации пространственных данных. Идеи, изложенные в данной статье, лягут в основу нового индекса пространственных данных, сохраняющего их топологические отношения.

Ключевые слова: моделирование; картографическая генерализация; алгоритм упрощения; топологические отношения

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Владислав Геннадьевич Горшков | orcid.org/0000-0002-2424-3942. E-mail: gorshkov.vladik@mail.ru
автор для корреспонденции | программист.

Дмитрий Михайлович Мурин | orcid.org/0000-0002-8068-0784. E-mail: d.murin@uniyar.ac.ru
доцент, канд. физ.-мат. наук.

Ольга Павловна Якимова | orcid.org/0000-0001-8816-2802. E-mail: olga_pavl02@mail.ru
доцент, канд. физ.-мат. наук.

Финансирование: Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова, проект № П2-ГМ3-2021.

Для цитирования: V. G. Gorshkov, D. M. Murin, and O. P. Yakimova, “Research of Models of Topological Relations of Spatial Objects”, *Modeling and analysis of information systems*, vol. 29, no. 3, pp. 154-165, 2022.

Введение

Пространственные данные играют важную роль в городском планировании, землепользовании, анализе экологических факторов и во многих других областях. За последние годы объем географической информации поступающей из разнообразных источников – аэро-, фото- и беспилотной съемки, мобильных и геосенсорных сетей, волонтерских проектов, социальных сетей – увеличился экспоненциально. Повсеместно используются электронные карты и системы спутниковой навигации. Невозможно хранить на сервере данные для отображения сразу во всех масштабах, которые могут быть затребованы пользователем. Естественным решением оказывается хранить данные, необходимые для представления в самом подробном масштабе, и осуществлять масштабирование на лету. Одной из трудностей, возникающих при автоматическом масштабировании, является избыточность данных.

Картографическая генерализация – это один из этапов подготовки географических карт, обобщение изображаемых на карте объектов в соответствии с назначением карты, масштабом отображения и особенностями территории. Автоматизация этого процесса является актуальной задачей.

При уменьшении масштаба необходимо удалять мелкие детали, но требуется сохранение качественных характеристик географических объектов. Например, извилистая река при изменении масштаба должна сохранить свойство «извилистость», одного указания на наличие реки в определенной местности (для целей картографии) недостаточно. Многие известные методы обработки карт, сочетающие в себе как необходимость оптимизации работы с изображениями, так и потребность сохранения характерных черт географических объектов, не учитывают топологические связи между такими объектами. Например, при упрощении линии реки может оказаться, что близлежащий точечный объект (город, дом и т. п.) перемещается с одного берега на другой (см. рис. 1).

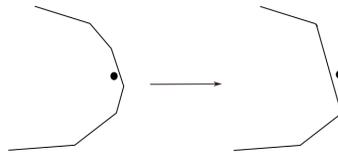


Fig. 1. An example of incorrect simplification

Рис. 1. Пример некорректного упрощения

В современных геоинформационных системах информация хранится «послойно»: слой дорог, лесных массивов, рек, административных границ и т. д. Независимое упрощение каждого слоя может привести к появлению топологических конфликтов на карте. На рисунке 2 приведен пример такого топологического конфликта, при котором два различных объекта (река и дорога) накладываются друг на друга, при условии, что на спутниковой карте между ними есть существенное расстояние.

Существует целый ряд исследований, посвященных разработке структур данных для хранения информации о взаимном расположении картографических объектов и методам поиска топологических конфликтов.

Целью нашей работы является анализ существующих подходов и разработка усовершенствованной структуры данных, и, на ее основе, алгоритма картографической генерализации, сохраняющей существенные качественные характеристики географических объектов и топологические отношения между ними.



а)

Fig. 2. Examples of topological conflicts



б)

Рис. 2. Примеры топологических конфликтов

1. Обзор существующих результатов

В картографии принята классификация пространственных объектов на точечные, линейные и полигональные (площадные). Точечные объекты – это объекты, о которых хранится только информация об их расположении (координаты точки). С помощью точечных объектов на электронных картах могут быть представлены такие объекты реального мира как деревья, дома, населенные пункты, и др. В целях моделирования считают, что у таких объектов нет пространственной протяженности, длины или ширины, но каждый из них определен только своими координатами.

Линейные объекты – ломаные или кривые. Линейные объекты используются для представления на картах дорог, рек, границ областей, изгородей и других подобных элементов. Площадные объекты – объекты, для представления которых используются наборы многоугольников или замкнутых кривых, представляющих внешние и, возможно, внутренние границы объекта. С помощью площадных объектов на картах изображаются континенты, моря, озера, острова, территории города, дворы и т. п.

В работе [1] была представлена модель 9 пересечений, позволяющая учитывать некоторые особенности взаимного расположения пары объектов. Модель позволяет работать с точечными, линейными и полигональными пространственными объектами.

Для реализации этой модели необходимо построить матрицу пересечений размера 3×3 , в ячейках которой указываются размерности пересечений внутренней области (I), границы (B) и внешней области (E) одного объекта с аналогичными областями второго объекта. При этом размерность пересечения считается равной:

- 1) -1, если объекты не пересекаются.
- 2) 0, если объекты пересекаются в конечном числе точек.
- 3) 1, если объекты пересекаются по линейному (полилинейному) объекту.
- 4) 2, если объекты пересекаются по полигональному объекту.

По полученной матрице можно сделать вывод о том, как два объекта расположены относительно друг друга (совпадают, не пересекаются, касаются и др.).

Рассмотрим пример, приведенный на рисунке 3.



	Внутренняя область	Граничная область	Внешняя область
Внутренняя область	 $\text{Dim} (I(A) \cap I(B)) = 2$	 $\text{Dim} (I(A) \cap B(B)) = 1$	 $\text{Dim} (I(A) \cap E(B)) = 2$
Граничная область	 $\text{Dim} (B(A) \cap I(B)) = 1$	 $\text{Dim} (B(A) \cap B(B)) = 0$	 $\text{Dim} (B(A) \cap E(B)) = 1$
Внешняя область	 $\text{Dim} (E(A) \cap I(B)) = 2$	 $\text{Dim} (E(A) \cap B(B)) = 1$	 $\text{Dim} (E(A) \cap E(B)) = 2$

Fig. 3. 9-intersection matrix for reduced two polygon features

Рис. 3. Матрица 9-пересечений для приведенных двух полигональных объектов

По построенной таблице мы можем сделать вывод о том, что:

- 1) Пересечение внутренних областей полигональных объектов является полигональным объектом.
- 2) Граница каждого полигонального объекта пересекается с внутренней областью другого объекта (и пересечение является полилинейным объектом).
- 3) Границы объектов являются полилинейными объектами.
- 4) Границы объектов пересекаются в конечном числе точек.
- 5) $(A \cup B) \setminus B$ и $(A \cup B) \setminus A$ являются полигональными объектами.
- 6) Все пространство за исключением рассматриваемых объектов — это площадной объект.

Следовательно, два полигональных объекта пересекаются по области, например, так, как представлено на рисунке 4.

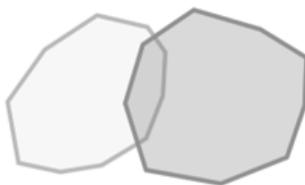


Fig. 4. Example of two polygon features

Рис. 4. Пример двух полигональных объектов

Модель 9-пересечений универсальна, то есть работает со всеми типами объектов. Другим ее достоинством является удобство в использовании — матричный вид модели легко хранить в памяти компьютера, так же удобно осуществлять запросы и по маске выбирать, например, пересекающиеся объекты.

Слабым местом модели является ее неспособность описать сложные топологические отношения между объектами. Например, рассмотрим извилистую реку и дорогу. На рисунке 5 а) прямая L_2 пересекает дважды прямую L_1 и в конечном итоге находится справа от прямой L_1 . На рисунке 5 б) прямая L_2 пересекает прямую L_1 один раз и остается слева от прямой L_1 . Матрицы для рисунков а) и б) будут идентичными, однако положение объектов существенно различается. Следовательно, модель не позволяет осуществить выбор между двумя описанными ситуациями.

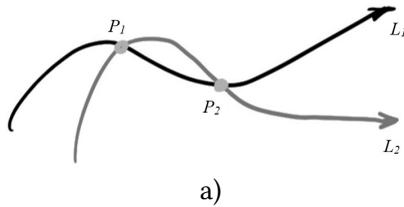


Fig. 5. Examples of complex spatial object behaviors

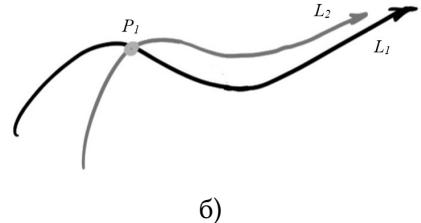


Рис. 5. Примеры сложных поведений пространственных объектов

Для описания взаимного расположения линейных объектов в работе [2] представлена усовершенствованная модель, называемая «топологической цепочкой». Для ее реализации необходимо определить:

- 1) Узлы топологической связи — точки пересечения двух линейных объектов.
- 2) Направление топологической связи (положительное (слева «+») или отрицательное (справа «-»)).
- 3) Углы пересечения (входящий и исходящий).
- 4) Портретную длину топологической связи, то есть евклидово расстояние между двумя узлами.
- 5) Боковую длину топологической связи, то есть максимальную длину перпендикуляра от одного линейного объекта до другого, между двумя узлами топологической связи.
- 6) Периметр топологической связи — сумму двух длин линейных объектов между двумя узлами топологической связи.
- 7) Площадь топологической связи, то есть площадь области, ограниченной двумя линейными объектами, ограниченными двумя узлами топологической связи.

Рассмотрим пример, приведенный на рисунке 6.

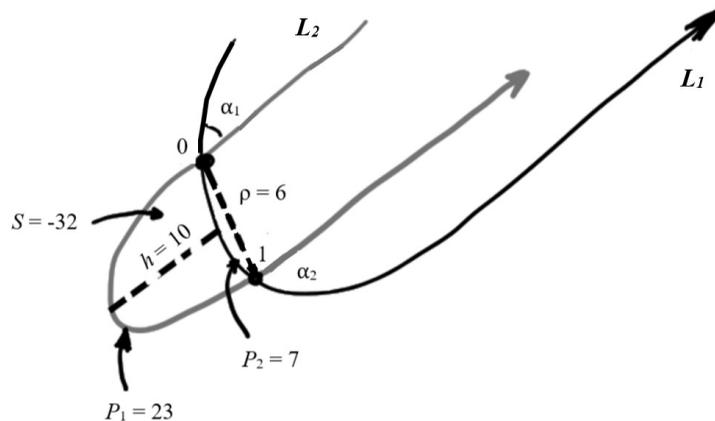


Fig. 6. Example of two line features

Рис. 6. Пример двух линейных объектов

- 1) В первую очередь устанавливаем, что узлами топологической связи являются точки, помеченные на рисунке 6 метками 0 и 1.
- 2) Поскольку L_2 находится справа от L_1 от узла 0 до узла 1, то направление отрицательное.
- 3) Входящий и исходящий углы: $\alpha_1 = 80^\circ$ и $\alpha_2 = 85^\circ$.
- 4) Портретная длина ρ между узлами 0 и 1 равна 6.
- 5) Боковая длина h равна 10.
- 6) Периметр топологической связи P равен сумме длин линейных объектов P_1 и P_2 : $23 + 7 = 30$.
- 7) Площадь топологической связи S равна 32.

Для обозначения пересечения в модели используется символ «C» (также предусмотрены обозначения для различных видов касаний и покрытий линейных объектов). Перед символом в модели ставится его порядковый номер. Таким образом, мы получаем следующее описание взаимного расположения линейных объектов:

$$R(L_1, L_2) = 1C \begin{pmatrix} - \\ 32 \\ 6 \\ 10 \\ 30 \\ 80^\circ, 85^\circ \end{pmatrix}.$$

В свою очередь, получая такое описание мы сможем установить, что два линейных объекта пересекаются (об этом говорит символ «C»), линейный объект L_1 находится слева от L_2 (знак «-»). Затем зная характеристики области, ограниченной пересекающимися линейными объектами (периметр, площадь, расстояние между точками пересечения и расстояние между наиболее удаленными точками линейных объектов), а также особенности пересечения (входящий и исходящий углы) можно смоделировать взаимное расположение объектов.

Заметим, что модель «топологической цепочки» не универсальна, она подходит только для линейных объектов, но с ее помощью реально обнаружить топологические конфликты на генерализованной карте, обладая информацией с исходной.

В статье [3] была предложена модель E-WID, которая позволяет описывать топологические отношения между любыми двумя объектами в двумерном пространстве. Для отношений между линейными и площадными объектами модель позволяет различать большое число соотношений, поскольку линейный и площадной объекты могут неоднократно пересекаться, а число Эйлера f_E отражает различия между этими ситуациями. При этом модель не дает возможности однозначно определить расположение объектов в пространстве, поскольку различные отношения, особенно имеющие несколько компонент пересечения, могут иметь одинаковые описания в этой модели.

Рассмотрим работу этой модели только для случая отношений без пересечений или с одним пересечением, различимым с помощью модели E-WID. Будем называть топологические объекты многокомпонентными, если они представляют собой множества (совокупности) топологических объектов (например, два и более точечных объекта; точечный и линейный объекты и т. п.).

Для реализации этой модели в отношении объектов A и B необходимо построить матрицу размера 3×2 , в ячейках которой указываются размерности и сумма чисел Эйлера по компонентам многокомпонентного топологического объекта для пересечения ($A \cap B$) и разностей объектов ($A \setminus B$ и $B \setminus A$):

$$R(A, B) = \begin{pmatrix} f_{Di}(A \cap B) & \sum_{C \in \text{Comp}(A \cap B)} f_E(C) \\ f_{Di}(A \setminus B) & \sum_{C \in \text{Comp}(A \setminus B)} f_E(C) \\ f_{Di}(B \setminus A) & \sum_{C \in \text{Comp}(B \setminus A)} f_E(C) \end{pmatrix},$$

где $\text{Comp}(D)$ обозначает множество компонентов многокомпонентного топологического объекта D ; $f_{Di}(C)$ принимает значение:

- 1) -1, если C — пустое множество;
- 2) 0, если C — непустое множество точек меры нуль;
- 3) 1, если C — непустое множество линейных объектов;
- 4) 2, если C — непустое множество площадных объектов;
- 5) 3, если C — непустое множество содержащее и линии, и точки;
- 6) 4, если C — непустое множество содержащее и точки, и площадные объекты;
- 7) 5, если C — непустое множество содержащее и линии, и площадные объекты;

8) 6, если C — непустое множество содержащее и точки, и линии, и площадные объекты; и $f_E(C)$ принимает значение:

- 1) 0, если C — линия (без внутренней области);
- 2) 1, если C — точка, отрезок или замкнутая линия (с внутренней областью).

Построим описание взаимного расположения линейных объектов в модели E-WID для примера, приведенного на рисунке 7.

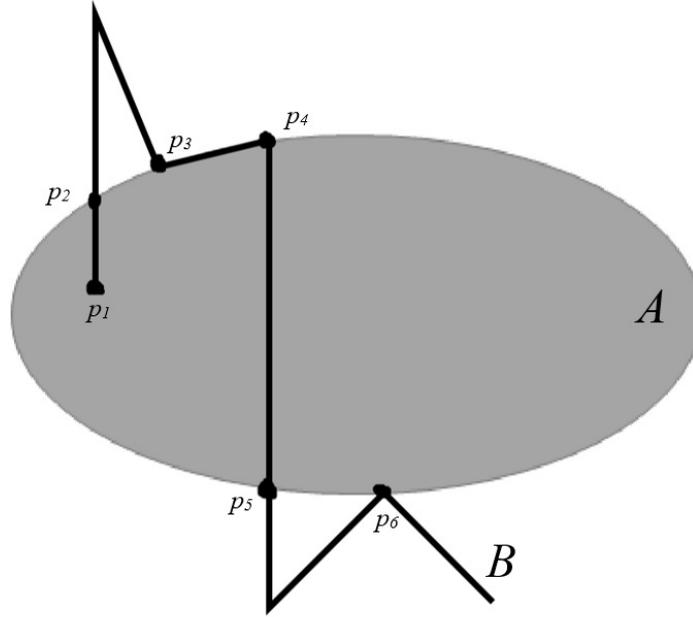


Fig. 7. An example of how the model works

Рис. 7. Пример работы модели

- 1) $f_{Di}(A \cap B) = 3$ (т. к. $A \cap B = \{p_1p_2, p_3p_4, p_4p_5, p_6\}$ — смесь точек и линий).
- 2) $f_{Di}(A \setminus B) = 2$ (т. к. $A \setminus B$ — полигональный объект).
- 3) $f_{Di}(B \setminus A) = 1$ (т. к. $B \setminus A$ — линейный объект).
- 4) $\sum_{C \in \text{Comp}(A \cap B)} f_E(C) = 4$ (т. к. $\text{Comp}(A \cap B) = \{p_1p_2, p_3p_4, p_4p_5, p_6\}$ и f_E каждого элемента множества равно 1).
- 5) $\sum_{C \in \text{Comp}(A \setminus B)} f_E(C) = 2$ (т. к. p_4p_5 разбивает объект A на два полигональных объекта, f_E каждого из которых равно 1).
- 6) $\sum_{C \in \text{Comp}(B \setminus A)} f_E(C) = 3$ (т. к. $\text{Comp}(B \setminus A) = \{p_2p_3, p_5p_6, p_6\}$, продолжение p_6) и f_E каждого элемента множества равно 1).

Обратно, по полученной матрице $R(A, B) = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ описания конфликта мы можем делать следующие выводы:

ющие выводы:

- 1) $f_{Di}(A \cap B) = 3$, поэтому $A \cap B$ — это смесь точек и линий.
- 2) $f_{Di}(A \setminus B) = 2$, следовательно, $A \setminus B$ — множество площадных объектов.
- 3) $f_{Di}(B \setminus A) = 1$, поэтому $B \setminus A$ — множество линейных объектов.
- 4) $\sum_{C \in \text{Comp}(A \cap B)} f_E(C) = 4$, отсюда можно сделать вывод о том, что $A \cap B$ представляет собой совокупность как минимум 4 различных объектов (точек, отрезков или линий с внутренними областями).
- 5) $\sum_{C \in \text{Comp}(A \setminus B)} f_E(C) = 2$, следовательно объект B разбивает A на два площадных объекта.

6) $\sum_{C \in \text{Comp}(B \setminus A)} f_E(C) = 3$, объект A разбивает B на 3 части, каждая из которых представляет собой либо отрезок, либо точку.

Как уже упоминалось выше, модель E-WID универсальна, но не позволяет однозначно определить расположение объектов в пространстве.

2. Усовершенствованная модель топологических отношений и ее применение

Для локализации расположения предлагается поместить все объекты на один слой и набросить на него сетку. Размер ячейки сетки привязан к масштабу представления данных. Картографические объекты последовательно просматриваются с целью уточнения сеточной структуры:

— если в ячейке сетки расположен только один объект любого типа (точечный, линейный или полигональный), то эта ячейка закрепляется за данным объектом;

— если два или более объектов, то ячейка разбивается на четыре клетки меньшего размера, проверяется количество объектов в каждой клеточке, при необходимости ячейка меньшего размера вновь делится на 4. Процесс продолжается рекурсивно до тех пор пока не будет выполнено одно из двух условий: 1) в каждой ячейке находится только один объект; 2) размер ячейки становится меньше или равен пороговому значению, которое определяется как минимально различимая деталь (1 мм в масштабе карты) (см. рис. 8).

Ячейка сетки может быть пустой, то есть ни один пространственный объект ей не принадлежит, содержать один объект или несколько пространственных объектов. Наше внимание будет направлено на последний тип ячеек, так как только в них возможны топологические конфликты. Заметим, что это будут самые маленькие по размеру ячейки.

Линейный объект сетка разбивает на отрезки, каждый из которых принадлежит определенной ячейке. Каждому точечному объекту также соответствует ячейка сетки. Полигональный объект лежит в нескольких самых маленьких ячейках. Отсюда граница полигонального объекта, лежащая внутри ячейки, может рассматриваться как отдельный линейный объект.

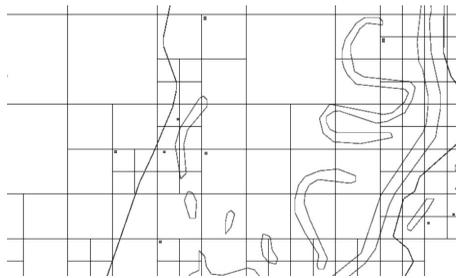


Fig. 8. Map with generated mesh

Рис. 8. Карта с наброшенной сеткой

Предлагаемая нами модель топологических отношений привязана к ячейке и состоит из набора булевских матриц M размера 3×3 , каждая из которых является аналогом матрицы 9-пересечений, а также булевского флага `CanBeGeneralized`, роль которого будет объяснена ниже.

Для каждой пары объектов, попавших в ячейку малого размера, строится матрица 9-пересечений. Выполнение запросов к набору матриц позволяет восстановить отношения между объектами внутри конкретной ячейки. Значение флага `CanBeGeneralized` указывает на порождение топологического конфликта при упрощении ломаной линии, рядом с которой располагается точечный объект.

Применение сеточной структуры позволяет локализовать область, для которой описываются отношения объектов. Кроме того, на ее основе предлагается новый алгоритм картографической генерализации линейных объектов.

Ограничимся рассмотрением только точечных объектов и ломаных линий без самопересечений. При упрощении линейные объекты часто заменяются вектором (отрезком) между начальной

и конечной точками ломаной. Мы предлагаем следующий усовершенствованный алгоритм упрощения ломаной линии, способный определить порождается ли (при упрощении) топологический конфликт, состоящий в нарушении «правила буравчика». Опишем это правило применительно к картографии.

Пусть нам даны вектор и точка на плоскости. Проведем прямую через вектор и положим на плоскость ладонью вниз правую руку, таким образом, чтобы большой палец указывал направление данного вектора. Тогда возможны три ситуации:

- 1) Данная точка лежит на линии. Это вырожденный случай, описание которого будет приведено ниже.
- 2) Данная точка лежит в полуплоскости, на которую указывают вытянутые пальцы правой руки.
- 3) Данная точка не лежит в полуплоскости, на которую указывают вытянутые пальцы правой руки.

В качестве исходного вектора, задающего первоначальное топологическое отношение между ломаной и точечным объектом, выберем ближайший к точечному объекту отрезок ломаной (в заданном порядке обхода вершин ломаной), перпендикуляр к которому, опущенный из точечного объекта, лежит на самом отрезке. Вектором, задающим топологическое отношение между упрощенной ломаной и точечным объектом, является вектор между начальной и конечной точками ломаной. Если после упрощения «правило буравчика» сохраняется (например, до и после упрощения точечный объект лежит в полуплоскости, на которую указывают вытянутые пальцы правой руки), то топологический конфликт не возникает, в противном случае, считаем, что имеет место топологический конфликт.

Идея состоит в том, что точечный объект можно «приклеить» к ближайшему отрезку ломаной (можно считать, что он находится в ϵ -малой окрестности этого отрезка и поэтому движется вместе с ним). После этого ломаную можно стянуть в вектор от первой точки до последней. Эту ситуацию можно продемонстрировать следующим образом. Представим, что нам дана резинка. Мы жестко закрепляем ее концы на плоскости так, что она образует натянутый отрезок. Затем мы несколько раз оттягиваем нашу резинку и забиваем гвоздь в определенной точке, чтобы она не вернулась в исходное положение. Так мы получим ломаную, причем гвозди играют роль ее вершин. Теперь к ломаной можно прикрепить некоторый точечный объект и убрать гвозди. Ломаная стянется в исходный отрезок. Теперь у нас есть исходное положение точечного объекта и положение точечного объекта после стягивания ломаной. Если они лежат по одну сторону от получившегося вектора, то топологического конфликта не возникает, а если по разные, то мы трактуем эту ситуацию как топологический конфликт.

Входные данные алгоритма:

Точечный объект — $P \in \mathbb{R}^2$.

Ломаная линия без самопересечений $L(P_1, \dots, P_n)$, где $P_i \in \mathbb{R}^2$ — точка.

Вспомогательные переменные:

Distance := *infinity* — наименьшее расстояние от точечного объекта до ломаной.

CanBeGeneralized := *false* — флаг, принимающий значение «*true*», если ломаная может быть упрощена.

FlagPerpendicular := *false* — флаг, принимающий значение «*true*», если точечный объект лежит в области потенциального топологического конфликта.

Angle — отсчитываемый против часовой стрелки угол между ближайшей к точечному объекту частью ломаной и перпендикуляром к ней, опущенным из точечного объекта.

TotalAngle — отсчитываемый против часовой стрелки угол между вектором, соединяющим начало и конец ломаной и перпендикуляром к нему, опущенным из точечного объекта.

Выходные данные алгоритма:

Ответ на вопрос, может ли полилинейный объект быть упрощен без порождения топологического конфликта (да/нет).

Тело алгоритма упрощения:

- 1) Цикл по i от 2 до n :
 - 1.1) Строим перпендикуляр из точечного объекта на часть ломаной, соединяющей точки P_{i-1} и P_i . Обозначим точку основания перпендикуляра через $PointBase_{i-1}$.
 - 1.2) Если точка $PointBase_{i-1}$ лежит на отрезке ломаной, соединяющей точки P_{i-1} и P_i , и $\|P - PointBase_{i-1}\| < Distance$, то:
 - 1.2.1) $Distance := \|P - PointBase_{i-1}\|$;
 - 1.2.2) $FlagPerpendicular := true$;
 - 1.2.3) $Angle :=$ угол между векторами $\overrightarrow{P_{i-1}P_i}$ и $\overrightarrow{PointBase_{i-1}P}$.
- 2) Если $FlagPerpendicular = false$, то упрощение не порождает топологических конфликтов $CanBeGeneralized := true$ и завершить алгоритм. В противном случае:
 - 2.1) Строим отрезок, соединяющий начало и конец ломаной, то есть точки P_1 и P_n .
 - 2.2) Опускаем перпендикуляр из точки P на отрезок, соединяющий точки P_1 и P_n . Обозначим точку основания перпендикуляра через $PointBase_n$.
 - 2.3) $TotalAngle :=$ угол между векторами $\overrightarrow{P_1P_n}$ и $\overrightarrow{PointBase_nP}$.
 - 2.4) Если $TotalAngle = Angle$, то упрощение не порождает топологических конфликтов $CanBeGeneralized := true$ и завершить алгоритм. В противном случае:
 - 2.4.1) Упрощение может привести к появлению топологического конфликта. Завершить алгоритм.

Скорость работы предлагаемого алгоритма геометрического упрощения линейных объектов при уже построенной сеточной структуре составляет $O(n)$, где n — число точек линейного объекта.

Мы рассмотрели пример, когда точечный объект не лежит на линейном объекте. Теперь рассмотрим пример, когда «точка» лежит на «линии». Это вырожденный случай, в котором могут возникнуть 2 ситуации:



Fig. 9. Examples of the location of a point relative to a linear object

Рис. 9. Примеры нахождения точечного объекта относительно линейного объекта

- a) Данная точка лежит и на изначальном линейном объекте L_1 , и на упрощенном линейном объекте L_2 . Тогда упрощение не порождает топологических конфликтов $CanBeGeneralized := true$ и завершить алгоритм.
- b) Данная точка лежит на изначальном линейном объекте L_1 , но не лежит на упрощенном линейном объекте L_2 . Тогда упрощение порождает топологический конфликт (сначала точечный объект лежал на линейном, а теперь не лежит) $CanBeGeneralized := false$ и завершить алгоритм.

3. Результаты экспериментов и краткие выводы

На рисунках 10 и 11 приведены результаты работы программного обеспечения, реализующего предложенный нами алгоритм.

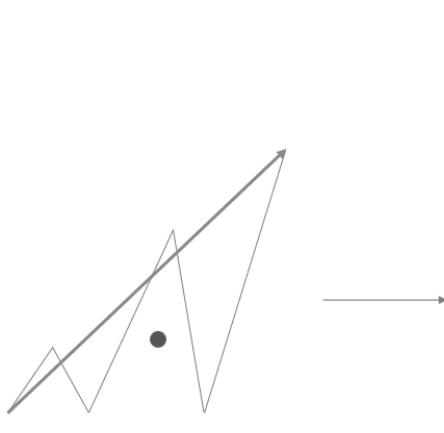


Fig. 10. Simplification Example

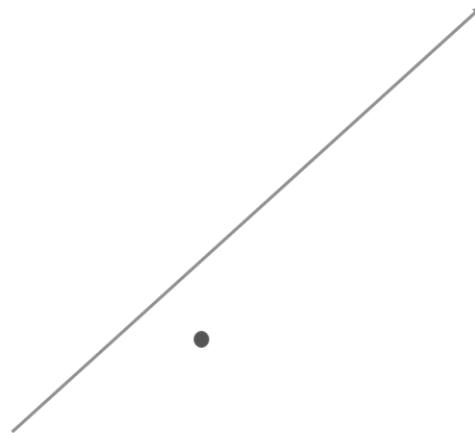


Рис. 10. Пример упрощения

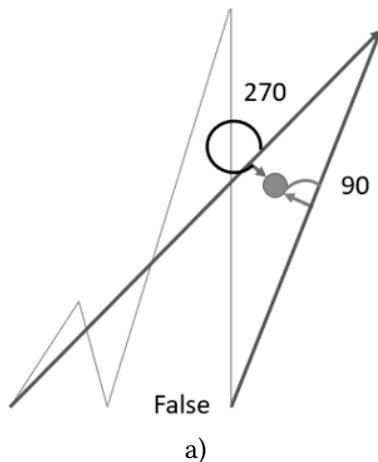


Fig. 11. Experimental results

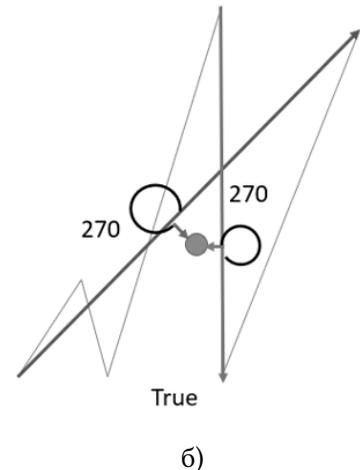


Рис. 11. Результаты экспериментов

В дальнейших исследованиях планируется разработать алгоритм согласованной генерализации для всех типов пространственных данных, а кроме того рассмотреть вопрос о применении сеточной структуры для задачи поиска топологических конфликтов на генерализованной карте.

References

- [1] E. Clementini, J. Sharma, and M. J. Egenhofer, “Modelling topological spatial relations: Strategies for query processing”, *Computers & Graphics*, vol. 18, no. 6, pp. 815–822, 1994.
- [2] X. Zhou, H. He, D. Hou, R. Li, and H. A. Zheng, “A Refined Lines/Regions and Lines/Lines Topological Relations Model Based on Whole-Whole Objects Intersection Components”, *ISPRS Int. J. Geo-Inf.*, vol. 10, no. 1, 2021. doi: [10.3390/ijgi10010015](https://doi.org/10.3390/ijgi10010015).
- [3] W. Liu, J. Chen, R. Zhao, and T. Cheng, “A Refined Line-Line Spatial Relationship Model for Spatial Conflict Detection”, in *International Conference on Conceptual Modeling*, vol. 3770, 2005, pp. 239–248. doi: [10.1007/11568346_26](https://doi.org/10.1007/11568346_26).