

Generalization of typed include dependencies with null values in databases

S. V. Zykin¹

DOI: [10.18255/1818-1015-2023-3-192-201](https://doi.org/10.18255/1818-1015-2023-3-192-201)

¹Sobolev institute of mathematics SB RAS, 4 Acad. Koptyug avenue, 630090 Novosibirsk Russia.

MSC2020: 68P15

Research article

Full text in Russian

Received July 7, 2023

After revision August 1, 2023

Accepted August 2, 2023

The paper discusses a new type of dependency in databases, which is a generalization of inclusion dependencies. Traditionally, such dependencies are used in practice to ensure referential integrity. In this case, the restriction is established only between a pair of relations, the first of which is called the main, the second is external. In practice, referential integrity often needs to be established for a larger number of relations, where several main and several external relations participate in the same constraint. Such a structure corresponds to an ultragraph. The paper provides a rationale for generalized inclusion dependencies that take into account the presence of null values in external relations. Based on the study of the properties of typed dependencies, a system of axioms is obtained, for which consistency (soundness) and completeness are proved.

Keywords: database; inclusion dependencies; axiomatics; null values

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Sergey V. Zykin | orcid.org/0000-0002-0576-2149. E-mail: szykin@mail.ru
corresponding author | leading researcher, Doctor in Technic.

Funding: The research was funded in accordance with the state task of the IM SB RAS, project FWNF-2022-0016.

For citation: S. V. Zykin, "Generalization of typed include dependencies with null values in databases", *Modeling and analysis of information systems*, vol. 30, no. 3, pp. 192-201, 2023.

Обобщенные типизированные зависимости включения с неопределенными значениями в базах данных

С. В. Зыкин¹

DOI: [10.18255/1818-1015-2023-3-192-201](https://doi.org/10.18255/1818-1015-2023-3-192-201)

¹Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, пр. ак. Коптюга, 4, 630090, г. Новосибирск, Россия.

УДК 004.652.4

Научная статья

Полный текст на русском языке

Получена 7 июля 2023 г.

После доработки 1 августа 2023 г.

Принята к публикации 2 августа 2023 г.

В статье рассматривается новый вид зависимостей в базах данных, являющийся обобщением зависимостей включения. Традиционно такие зависимости на практике используются для обеспечения ссылочной целостности. При этом, ограничение устанавливается только между парой отношений, первое из которых называется главным, второе — внешним. На практике ссылочную целостность часто требуется установить для большего числа отношений, где в одном ограничении участвуют несколько главных и несколько подчиненных отношений. Такая структура соответствует ультраграфу. В работе приведено обоснование обобщенных зависимостей включения, учитывающих наличие неопределенных значений во внешних отношениях. На основе исследования свойств типизированных зависимостей получена система аксиом, для которой доказана непротиворечивость (надежность) и полнота.

Ключевые слова: база данных; зависимости включения; аксиоматика; неопределенные значения

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Сергей Владимирович Зыкин
автор для корреспонденции

orcid.org/0000-0002-0576-2149. E-mail: szykin@mail.ru
ведущий научный сотрудник, доктор техн. наук.

Финансирование: Работа выполнена в рамках государственного задания ИМ СО РАН, проект FWNF-2022-0016.

Для цитирования: S. V. Zykin, “Generalization of typed include dependencies with null values in databases”, *Modeling and analysis of information systems*, vol. 30, no. 3, pp. 192-201, 2023.

Введение

Ссылочная целостность в базах данных (referential integrity) является реализацией бизнес-правил в прикладной области, то есть отражает логику функционирования информационной системы с использованием структурной целостности базы данных (БД). В современных системах управления базами данных (СУБД) такие ограничения поддерживаются за счет связей (relationship) на схеме БД.

В теории ссылочная целостность была формализована в виде зависимостей включения. Проблема развития теории зависимостей включения до сих пор вызывает интерес со стороны исследователей, прежде всего с точки зрения взаимодействия с другими видами зависимостей в БД. Кроме того, на практике появляются новые виды ссылочных ограничений целостности, которые требуют исследования и встраивания их в общую теорию проектирования БД.

Пример 1. Рассмотрим пример схемы БД, в котором требуется объединить одной связью несколько отношений. Пусть у некоторой фирмы есть два типа клиентов: собственные сотрудники и внешние (сторонние) клиенты. Эти два типа клиентов не целесообразно объединять в один класс объектов, поскольку у них различные атрибуты и различные правила обслуживания. Допустим, что фирма предоставляет два вида услуг для своих клиентов: создание (и сопровождение) накопительных счетов клиентов и регистрация (и исполнение) заказов клиентов. В следующем фрагменте схемы БД фирмы представлены соответствующие отношения:

R_1 = *Внутренние клиенты* (**№ клиента**, № сотрудника),

R_2 = *Внешние клиенты* (**№ клиента**, ФИО клиента, Адрес клиента),

R_3 = *Счета клиентов* (**№ счета**, № клиента, Остаток средств),

R_4 = *Заказы клиентов* (**№ заказа**, № клиента, Содержание заказа),

где полужирным шрифтом выделены ключевые атрибуты отношений.

В примере 1 атрибут «№ клиента» является первичным ключом в отношениях R_1 и R_2 . В отношениях R_3 и R_4 этот атрибут является внешним ключом. Для представленных отношений должны быть установлены ссылочные ограничения целостности: в отношении R_3 атрибут «№ клиента» может принимать только те значения, которые есть либо в R_1 либо в R_2 . Аналогичная ситуация для отношения R_4 , в котором атрибут «№ клиента» может принимать только те значения, которые есть либо в R_1 либо в R_2 . В общем случае совпадающие значения атрибута «№ клиента» могут быть как в отношениях R_1 и R_2 , так и в отношениях R_3 и R_4 . Таким образом, все четыре отношения должны быть объединены одним ограничением целостности, в котором R_1 и R_2 являются главными отношениями, а отношения R_3 и R_4 — внешними. По структуре такое объединение является ребром ультраграфа, в котором R_1 и R_2 являются входящими узлами, а R_3 и R_4 исходящими узлами.

В технологиях БД значения внешних ключей могут принимать неопределенные значения (Null), если они не являются компонентами первичного ключа. Для рассмотренного примера 1 это означает, что в отношении R_3 атрибут «№ клиента» может принять неопределенное значение, например, для остатка не востребуемых средств. В отношении R_4 атрибут «№ клиента» может принять неопределенное значение для предзаказа. Если появляется необходимость замены неопределенного значения, то соответствующее определенное значение атрибута «№ клиента» должно быть выбрано в отношениях R_1 или R_2 . Формальная теория должна учитывать данную ситуацию.

Формализацией представленного вида ссылочных ограничений целостности будем считать обобщенные зависимости включения. В данной работе предложена система аксиом, соответствующая свойствам обобщенных зависимостей включения. Для этой системы доказана полнота и непротиворечивость. Представленная система аксиом является обобщением теории типизированных зависимостей включения при наличии неопределенных значений.

1. Связанные работы

Классическая теория проектирования реляционных баз данных основывается на четырех видах зависимостей: функциональные зависимости, многозначные зависимости, зависимости соединения [1, 2], и зависимости включения [3]. Обозначим все множество атрибутов $U = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$,

на которых определены все отношения (таблицы) R_i в БД, $[R_i]$ — схема отношения R_i (атрибуты, на которых определено отношение R_i), $[R_i] \subseteq U$, $1 \leq i \leq k$, $R = (R_1, R_2, \dots, R_k)$ — БД, $S = \{[R_1], [R_2], \dots, [R_k]\}$ — схема БД без учета ограничений ссылочной целостности. В работе [3] приведено следующее определение зависимостей включения.

Определение 1. Пусть R_i и R_j — два отношения БД (возможно $i = j$), заданы два множества $V \subseteq [R_i]$ и $W \subseteq [R_j]$, для которых $|V| = |W|$, тогда соотношение на множествах кортежей $R_i[V] \subseteq R_j[W]$ называется зависимостью включения.

В определении 1 $|V|$ — кардинальность множества V , $R_i[V]$ — проекция (столбцы) отношения R_i , соответствующие атрибутам V . Зависимость включения является типизированной (typed), если выполнено равенство $V = W$, иначе — нетипизированной.

В работе [3] представлена система из трех аксиом зависимостей включения: рефлексивность, проецирование и перестановка, транзитивность. Относительно этих аксиом доказана полнота (непротиворечивость очевидна). Неоднократно исследователями осуществлялись попытки построить совместную систему аксиом для функциональных зависимостей и зависимостей включения. В результате было получено, что полная аксиоматизация существует по отдельности для этих видов зависимостей, тогда как совместная аксиоматизация отсутствует [3–5]. В некоторых частных случаях полная аксиоматизация [6, 7] была получена.

Исследования зависимостей включения и их взаимодействие с функциональными зависимостями были проанализированы в работах [7–9]. В результате были сформулированы условия существования нормальной формы зависимостей включения (IDNF), в основе которой лежит нормальная форма Бойса-Кодда (BKNF), дополненная условием ацикличности. Интерпретация зависимостей включения в виде ориентированного графа и полиномиальный алгоритм поиска избыточных зависимостей представлены в работе [10].

В работе [11] рассматривается проблема взаимодействия функциональных зависимостей и зависимостей включения с частным случаем многозначных зависимостей, компоненты базиса которых названы в статье независимыми атомами. Основной результат заключается в том, что как конечные, так и неограниченные задачи выводимости для комбинированного класса атомов независимости, унарных функциональных зависимостей и унарных зависимостей включения аксиоматизируемы и разрешимы за полиномиальное время.

Заметим, что полная аксиоматизация необходима для определения выводимости ранее установленной зависимости. Это является основой для построения не избыточного и непротиворечивого проекта БД.

Значительный объем исследований посвящен разработке алгоритмов поиска зависимостей включения в существующей БД. Различные алгоритмы поиска зависимостей включения представлены в работах [12–14]. В качестве источников информации используются свойства схемы БД, например, первичный ключ одного отношения может быть внешним ключом в другом отношении. Кроме того, используются трудоемкие алгоритмы анализа сохраненных данных в БД, и даже обработка входящих запросов. Такие алгоритмы дают неточные результаты, требующие дополнительной проверки обнаруженных зависимостей включения. Их достоинство в том, что частично автоматизируется процесс поиска зависимостей включения.

Полная автоматизация поиска зависимостей включения в общем случае нереализуема, поскольку специфика бизнес-правил в прикладной области требует ручной корректировки. Улучшить качество и полноту построения зависимостей позволяют алгоритмы, которые используют определения пороговых значений качества [15, 16].

Значительные усилия в настоящее время уделяются направлению поиска и анализа зависимостей включения. Для этого используются алгоритмы проверки и диагностики соблюдения правил описания семантики данных на основе так называемых бизнес-данных, в том числе при модификации структуры хранения данных и наличии неточных данных [17–21].

Особое направление исследований посвящено наличию неопределенных значений в БД. Проблема выводимости при наличии неопределенных значений рассматривается в работах [22–24]. При этом неопределенные значения учитываются совместно для функциональных зависимостей и зависимостей включения. Полная и непротиворечивая система аксиом получена только для частного случая. Причиной для невозможности получения результатов в общем случае является взаимодействие функциональных зависимостей и нетипизированных зависимостей включения.

В данной работе рассматривается новый вид зависимостей - обобщенные типизированные зависимости включения. В работе [25] показано, что решение семантических проблем на этапе проектирования БД позволяет избавиться от нетипизированных зависимостей включения. С учетом отсутствия взаимодействия типизированных зависимостей включения с функциональными зависимостями появляется возможность построения избыточного и непротиворечивого проекта БД в общем случае.

2. Предварительные сведения

В примере 1 общий атрибут «№ клиента» дублируется в качестве первичного ключа в отношениях R_1 и R_2 , и в качестве внешнего ключа в отношениях R_3 и R_4 . Такой результат невозможно получить, используя классическую теорию проектирования БД [1, 2], хотя необходимость такого результата неоднократно отмечалась разработчиками БД. Это, отчасти, обуславливает критическое отношение к классической теории проектирования БД. В работе [26] предложено решение указанной проблемы за счет введения понятия области определения функциональной зависимости. Для полноты формальных построений кратко рассмотрим полученные результаты.

В работе используется ранее введенное разделение значения *Null* на два значения: «не определено» и «отсутствует». Для последнего значения предложен специальный маркер *nov*.

Определение 2. Пусть R — произвольная реализация отношения на множестве атрибутов U и $X \subseteq U$. Множество кортежей $t \in R$ будем называть областью определения $dom(X)$ множества атрибутов X , если $t[A_j] \neq nov$ для всех атрибутов $A_j \in X$.

Из определения 2 следуют очевидные свойства.

Свойство 1. Если $X = \cup_{i=1}^m X_i$, тогда $dom(X) = \cap_{i=1}^m dom(X_i)$.

Свойство 2. Пусть $Y \subseteq X$, тогда $dom(X) \subseteq dom(Y)$.

Определение 3. Областью определения $dom(X \rightarrow Y)$ функциональной зависимости $X \rightarrow Y$ называется множество кортежей $t \in R$, для которых $t[A_j] \neq nov$, если $A_j \in X \cup Y$, и для любой пары кортежей $t_1, t_2 \in dom(X \rightarrow Y)$, если $t_1[X] = t_2[X]$, то $t_1[Y] = t_2[Y]$.

Свойство 3. Если $F = \{F_1, F_2, \dots, F_k\}$ множество функциональных зависимостей, то

$$dom(F) = \cap_{i=1}^k dom(F_i).$$

Свойство 4. Для любой зависимости $X \rightarrow Y$ выполнено $dom(X \rightarrow Y) = dom(X) \cap dom(Y)$.

На основе исследованных свойств была получена следующая система аксиом:

Аксиома. (Рефлексивность.) Если $Y \subseteq X \subseteq U$, то $X \rightarrow Y$ и $dom(X \rightarrow Y) = dom(X)$.

Аксиома. (Пополнение.) Если $X \rightarrow Y$ и $Z \subseteq U$, то $XZ \rightarrow YZ$ и $dom(XZ \rightarrow YZ) = dom(X) \cap dom(Y) \cap dom(Z)$.

Аксиома. (Транзитивность.) Если $X \rightarrow Y$ и $Y \rightarrow Z$, то $X \rightarrow Z$ и $dom(X \rightarrow Z) = dom(X) \cap dom(Z)$.

Для представленной системы аксиом доказана полнота и непротиворечивость (надежность). Основное достоинство данной системы в том, что она является истинным обобщением классической системы аксиом [1]: если область определения зависимостей будет совпадать со всей прикладной областью (отсутствует значение *nov*), то предложенная система будет совпадать с классической. Кроме того, в [26] рассмотрены алгоритмы построения замыкания множества атрибутов и построения минимального покрытия множества функциональных зависимостей с доказательством их корректности.

Использование областей определения функциональных зависимостей согласуется с синтетическим подходом к формированию схемы БД [1] на основе минимального покрытия множества функциональных зависимостей. Отличие заключается только в том, что объединяемые функциональные зависимости должны иметь не только совпадающие левые части (детерминанты), но совпадающие области определения. Результат применения такого подхода продемонстрирован в примере 1. После формирования отношений указанным способом возникает вопрос об установлении между ними условий ссылочной целостности. Рассмотренный далее материал позволяет дать ответ на поставленный вопрос.

3. Основы формальной теории обобщенных зависимостей включения

Типизированные зависимости включения, удовлетворяющие определению 1, не учитывают неопределенные значения. Для сопоставления неопределенных значений рассмотрим условие соответствия кортежей [25], которое является аналогом частичного порядка.

Определение 4. Кортеж $t_i[X]$ соответствует кортежу $t_j[X]$ на множестве атрибутов X ($t_j[X] \leq t_i[X]$), если $t_i[A_l] \neq \text{Null}$, тогда $t_j[A_l] = t_i[A_l]$ или $t_j[A_l] = \text{Null}$; если $t_i[A_l] = \text{Null}$, тогда $t_j[A_l] = \text{Null}$ для любого атрибута $A_l \in X$.

Свойство соответствия, заданное в определении 4, является транзитивным. А это означает, что справедливо следующее утверждение: если $t_j[X] \leq t_i[X]$ и $t_i[X] \leq t_m[X]$, тогда $t_j[X] \leq t_m[X]$. На основе данного свойства в работе [25] дано определение типизированной зависимости включения.

Определение 5. Типизированная зависимость включения $\sigma = R_j[X] \subseteq R_i[X]$ между главным отношением $R_i[X]$ и внешним отношением $R_j[X]$ по атрибутам X выполнена, если для любого кортежа $t_j[X] \in R_j[X]$ имеется соответствующий кортеж $t_i[X]$ в отношении $R_i[X]$.

Рассмотрим обобщение зависимостей включения, представленных в примере 1. Для этого будем использовать запись $W[X] \subseteq V$, где W — множество внешних отношений зависимости, V — множество главных отношений зависимости. Справа и слева зависимости подразумевается один и тот же набор атрибутов X , поэтому для краткости будем указывать его только слева.

Определение 6. Обобщенная типизированная зависимость включения $\sigma = W[X] \subseteq V$ между главными отношениями V и внешними отношениями W по атрибутам X выполнена, если для каждого отношения $R_i \in W$ и каждого кортежа $t_i \in R_i$ существует отношение $R_j \in V$ и существует соответствующий кортеж $t_j \in R_j$, то есть выполнено условие: $t_i[X] \leq t_j[X]$.

С учетом введенных обозначений и определений зависимость в примере 1 будет иметь вид: $\{R_3, R_4\}[X] \subseteq \{R_1, R_2\}$, где X — атрибут «№ клиента». Очевидно, что обычные (бинарные) зависимости включения являются частным случаем зависимостей в определении 6, когда справа и слева присутствует только по одному отношению.

Пусть Σ — множество обобщенных типизированных зависимостей включения, определенных на схеме БД, а σ — произвольная обобщенная типизированная зависимость включения (далее будем использовать краткий термин «зависимость»). Возможно, что σ является элементом множества Σ .

Определение 7. Зависимость σ является логическим следствием множества зависимостей Σ ($\Sigma \models \sigma$), если все допустимые реализации БД, удовлетворяющие зависимостям Σ , также удовлетворяют зависимости σ . В этом случае зависимость σ будем называть *выполнимой*.

Заметим, что в соответствии с определением 7 все зависимости в Σ являются выполнимыми.

Исследование свойств зависимостей позволили сформировать следующую систему аксиом:

Аксиома 1. (Рефлексия.) Если $W \subseteq V$, тогда $W[X] \subseteq V$.

Аксиома 2. (Проекция.) Если $W[X] \subseteq V$ и $Y \subseteq X$, тогда $W[Y] \subseteq V$.

Аксиома 3. (Объединение.) Если $W[X] \subseteq V$ и $S[X] \subseteq V$, тогда $\{W \cup S\}[X] \subseteq V$.

Аксиома 4. (Транзитивность.) Если $W[X] \subseteq S$ и $S[X] \subseteq V$, тогда $W[X] \subseteq V$.

Здесь V, W, S — множества отношений (таблиц) БД; X, Y — множества атрибутов.

Аксиомы 1–4 могут быть использованы в качестве правил вывода. Так, из системы аксиом следует правило, которое далее будет использоваться:

$$\text{если } W[X] \subseteq V \text{ и } S \subseteq W, \text{ тогда } S[X] \subseteq V. \quad (1)$$

Действительно, из условия $S \subseteq W$ по аксиоме 1 следует зависимость $S[X] \subseteq W$. Затем по аксиоме транзитивности 4 будет получена зависимость $S[X] \subseteq V$. Правило (1) далее будет называться правилом декомпозиции.

Определение 8. Зависимость σ выводима из множества зависимостей Σ за счет применения аксиом 1–4, если за конечное число шагов будет получена зависимость σ . Далее будем писать $\Sigma \vdash \sigma$.

Рассмотрим обоснование надежности (непротиворечивости) представленной системы аксиом. Для этого необходимо показать выполнимость зависимости σ , если она выводима из множества Σ с использованием системы аксиом: $\Sigma \vdash \sigma \Rightarrow \Sigma \models \sigma$.

Теорема 1. (Надежность.) Система аксиом 1–4 надежна.

Доказательство. Покажем надежность каждой из аксиом по отдельности.

Аксиома 1. Рассмотрим произвольный кортеж t , принадлежащий, по крайней мере, одному из отношений R_i множества W : $t \in R_i$. Поскольку $W \subseteq V$, то $R_i \in V$. По определениям 4 и 5 кортеж $t[X]$ соответствует самому себе для произвольного множества атрибутов $X \subseteq [R_i]$, что доказывает выполнимость зависимости, полученной за счет рефлексии.

Аксиома 2. Пусть отношение $R_i \in W$ и кортеж $t_i \in R_i$. Поскольку выполнена зависимость $W[X] \subseteq V$, то существует отношение $R_j \in V$ и кортеж $t_j \in R_j$ такой, что $t_i[X] \leq t_j[X]$. Поскольку $Y \subseteq X$, то $t_i[Y] \leq t_j[Y]$, что доказывает выполнимость $W[Y] \subseteq V$. Следовательно, аксиома 2 надежна.

Аксиома 3. Пусть отношение $R_i \in W$ и произвольный кортеж $t_i \in R_i$. Поскольку выполнена зависимость $W[X] \subseteq V$, то существует отношение $R_j \in V$ и кортеж $t_i \in R_j$. Пусть отношение $R_l \in S$ и кортеж $t_l \in R_l$. Поскольку имеет место зависимость $S[X] \subseteq V$, то существует отношение $R_p \in V$ и кортеж $t_l \in R_p$. После объединения множеств W и S условия на кортежи t_i и t_l останутся без изменений и не будут противоречить зависимости $\{W \cup S\}[X] \subseteq V$, что доказывает надежность аксиомы 3.

Аксиома 4. Рассмотрим произвольный кортеж $t_i \in R_i$, где отношение R_i принадлежит множеству W . Тогда во множестве S должно присутствовать отношение R_j и кортеж $t_j \in R_j$, для которого выполнено: $t_i[X] \leq t_j[X]$. Поскольку выполнена зависимость $S[X] \subseteq V$, то существует отношение R_l , принадлежащее множеству V , и существует кортеж $t_l \in R_l$: $t_j[X] \leq t_l[X]$. Поскольку операция $\leq$ удовлетворяет условию транзитивности, то $t_i[X] \leq t_l[X]$ и, следовательно, аксиома 4 надежна. $\square$

Замечание. Для обоснования корректности последующих построений необходимо обсудить свойства, которые не выполнены для обобщенных зависимостей включения. Так, объединение двух (и более) правых частей зависимостей, даже если они имеют непустое пересечение, но не совпадают друг с другом, не является эквивалентным преобразованием:

$$W[X] \subseteq S \text{ и } W[X] \subseteq V \text{ не эквивалентно } W[X] \subseteq \{S \cup V\},$$

если $S \not\subseteq V$ и $V \not\subseteq S$. Допустим, что $R_i \in S$ и $R_i \notin V$. Тогда в зависимости $W[X] \subseteq \{S \cup V\}$ отсутствует необходимость принадлежности кортежей W одному из отношений V , что противоречит зависимости $W[X] \subseteq V$. Аналогично доказывается утверждение:

$$W[X] \subseteq S \text{ не следует } W[X] \subseteq V, \text{ если } V \subset S.$$

Из этого можно сделать вывод, что правая часть обобщенной зависимости включения не допускает удаления отношений.

Докажем полноту системы аксиом 1–4 на основе ранее полученных свойств.

Теорема 2. (Полнота.) Система аксиом 1–4 полна.

Доказательство. При доказательстве полноты требуется показать выводимость $\Sigma \vdash \sigma$ зависимости $\sigma = W[X] \subseteq V$, если зависимость σ выполнима: $\Sigma \models \sigma$.

Предварительно преобразуем множество зависимостей Σ к виду с различными правыми частями: зависимости $W_i[X] \subseteq V_i$ и $W_j[X] \subseteq V_j$ заменим зависимостью $\{W_i \cup W_j\}[X] \subseteq V_i$, если $V_i = V_j$. Из правила декомпозиции (1) следует, что полученное множество зависимостей будет эквивалентно исходному множеству Σ .

Прежде чем рассматривать выводимость зависимости σ , надо найти необходимое и достаточное условие ее выполнимости. Рассмотрим последовательность зависимостей:

$$\begin{cases} W[Y_0] \subseteq V_0 \\ W_1[Y_1] \subseteq V_1 \\ \vdots \\ W_p[Y_p] \subseteq V \end{cases} \quad (2)$$

где $X \subseteq Y_i$, $i = \overline{0, p}$, и для любого V_i , где $i = \overline{0, p-1}$, выполнено условие $V_i \subseteq W_{i+1}$.

Покажем достаточность наличия последовательности (2) для выполнимости σ . Пусть кортеж t принадлежит, по крайней мере, одному из отношений множества W . Зависимость $W[Y_0] \subseteq V_0$ гарантирует наличие кортежа t_0 в некотором отношении множества V_0 , для которого выполнено: $t[Y_0] \leq t_0[Y_0]$. Из условия $X \subseteq Y_0$ следует, что $t[X] \leq t_0[X]$. Поскольку $V_0 \subseteq W_1$, то кортеж t_0 принадлежит некоторому отношению множества W_1 . Аналогичные рассуждения для остальных зависимостей последовательности гарантируют наличие кортежа t_p в отношении множества V , для которого, с учетом свойства транзитивности операции $\leq$, выполнено $t[X] \leq t_p[X]$. Полученное соотношение доказывает выполнимость зависимости σ .

Для обоснования необходимости (2) предположим, что существует кортеж $t \in W$ и не существует кортежа $u \in V$, для которых было бы выполнено условие $t[X] \leq u[X]$. Нарушение частичного порядка может произойти в какой-либо зависимости последовательности, либо при переходе от одной зависимости к другой. Рассмотрим текущую зависимость $W_i[Y_i] \subseteq V_i$. При этом возможны два варианта:

- А) $X \not\subseteq Y_i$. В этом случае атрибуты $X \setminus Y_i$ в кортежах отношений множества V_i могут нарушить условие частичного порядка $\leq$, которое будет повторяться в последующих зависимостях последовательности (2). Таким образом, будет найдена реализация БД, в которой выполнены зависимости Σ и не выполнена σ .

- В) Не выполнено условие $V_i \subseteq W_{i+1}$. Тогда существует отношение $R_j \in V_i$ и $R_j \notin W_{i+1}$. Отношение R_j может содержать кортеж t_j , для которого выполнено $t[X] \leq t_j[X]$, но в последующих зависимостях допускается отсутствие кортежей t_l , удовлетворяющих частичному порядку $t[X] \leq t_l[X]$, поскольку $R_j \notin W_{i+1}$. Следовательно, найдена реализация БД, в которой выполнены зависимости Σ и не выполнена σ .

Рассмотренные варианты доказывают необходимость наличия последовательности (2).

Рассмотрим выводимость зависимости σ . После объединения зависимостей с совпадающей правой частью будут получены выводимые зависимости, что гарантируется аксиомой 3. Зависимость $W_i[X] \subseteq V_i$ выводима из зависимости $W_i[Y_i] \subseteq V_i$ по аксиоме 2, если $X \subseteq Y_i$, $i = \overline{0, p}$. Поскольку выполнено условие $V_i \subseteq W_{i+1}$, $i = \overline{0, p-1}$, то по аксиоме 1 выполнено $V_i[X] \subseteq W_{i+1}$. Заметим, что все отношения, участвующие в зависимости, определены на атрибутах X . Далее, используя аксиому транзитивности 4, получаем выводимость $W_i[X] \subseteq V_{i+1}$. Так как это верно для $i = \overline{0, p-1}$, то последовательное применение аксиомы 4 дает результат $W[X] \subseteq V$. $\square$

Аксиомы 1–4 одновременно являются правилами вывода для обобщенных зависимостей включения. Использование их для поиска выводимых зависимостей позволит сократить количество выполнимых зависимостей, для поддержания которых на практике требуется дополнительная память и время.

Заключение

В работе рассмотрено обобщение зависимостей включения, которое позволяет объединять одним ограничением целостности сразу несколько отношений БД. Возможно расширение ограничений за счет использования не типизированных зависимостей. Однако, анализ использования таких ограничений [25] показывает, что они являются следствием нерешенных семантических проблем на этапе проектирования БД. Действительно, ссылочная целостность, установленная между неоднородными атрибутами, формально соответствует нетривиальной функциональной зависимости. Такие зависимости должны быть использованы при проектировании структуры логических записей на схеме БД, а не в виде ссылочной целостности. Кроме того, типизированные зависимости включения формально соответствуют тривиальным функциональным зависимостям, которые не используются при формировании схемы БД. Следовательно, не появляется проблема взаимодействия зависимостей включения и функциональных зависимостей.

Рассмотренная в данной работе система аксиом не ограничивается условием ацикличности и количеством атрибутов, входящих в зависимости. Это делает предложенный подход универсальным. Далее предполагается исследовать проблему поиска избыточных зависимостей за счет выводимости.

References

- [1] J. Ullman, *Principles of Database Systems*. Stanford University: Computer Science Press, 1980, 484 pp.
- [2] D. Maier, *The Theory of Relational Databases*. Rockville: Computer Science Press, 1983, 637 pp.
- [3] M. Casanova, R. Fagin, and C. Papadimitriou, "Inclusion dependencies and their interaction with functional dependencies", *Journal of Computer and System Sciences*, vol. 28, no. 1, pp. 29–59, 1984.
- [4] A. K. Chandra and M. Y. Vardi, "The implication problem for functional and inclusion dependencies is undecidable", *SIAM Journal on Computing*, vol. 14, no. 3, pp. 671–677, 1985.
- [5] R. Fagin and M. Y. Vardi, "Armstrong databases for functional and inclusion dependencies", *Information Processing Letters*, vol. 16, no. 1, pp. 13–19, 1983.
- [6] P. M. Kanellakis, R. Cosmadakis, and M. Y. Vardi, "Unary inclusion dependencies have polynomial time inference problems", in *Proceedings of the fifteenth annual ACM symposium on Theory of computing*, 1983, pp. 264–277.
- [7] S. S. Cosmadakis, P. C. Kanellakis, and M. Y. Vardi, "Polynomial-time implication problems for unary inclusion dependencies", *Association for Computing Machinery*, vol. 37, no. 1, pp. 15–46, 1990.

- [8] M. Levene and V. M. W., “Justification for inclusion dependency normal form”, *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, vol. 12, no. 2, pp. 281–291, 2000.
- [9] C. Beeri, R. Fagin, D. Maier, and Y. M., “On the desirability of acyclic database schemes”, *Association for Computing Machinery*, vol. 30, no. 3, pp. 479–513, 1990.
- [10] R. Missaoui and R. Godin, “The implication problem for inclusion dependencies: A graph approach”, *ACM SIGMOD Record*, vol. 19, no. 1, pp. 36–40, 1990.
- [11] M. Hannula and S. Link, “On the interaction of functional and inclusion dependencies with independence atoms”, in *Database Systems for Advanced Applications*, J. Pei, Y. Manolopoulos, S. Sadiq, and J. Li, Eds., Springer International Publishing, 2018, pp. 353–369.
- [12] J. Biskup and P. Dublish, “Objects in relational database schemes with functional, inclusion and exclusion dependencies”, in *3rd Symposium on Mathematical Fundamentals of Database and Knowledge Base Systems*, Springer Berlin Heidelberg, 1991, pp. 276–290.
- [13] D. S. Johnson and A. Klug, “Testing containment of conjunctive queries under functional and inclusion dependencies”, *Journal Computer and System Sciences*, vol. 28, no. 1, pp. 167–189, 1984.
- [14] F. De Marchi, S. Lopes, and J.-M. Petit, “Efficient algorithms for mining inclusion dependencies”, in *Advances in Database Technology — EDBT 2002*, C. S. Jensen, S. Šaltenis, K. G. Jeffery, J. Pokorný, E. Bertino, K. Böhn, and M. Jarke, Eds., Springer Berlin Heidelberg, 2002, pp. 464–476.
- [15] J. Bauckmann, Z. Abedjan, H. Müller, and F. Naumann, “Discovering conditional inclusion dependencies”, in *Proceedings of the 21st ACM International Conference on Information and Knowledge Management*, Association for Computing Machinery, 2012, pp. 2094–2098.
- [16] M. T. Gómez-López, R. M. Gasca, and J. M. Pérez-Álvarez, “Compliance validation and diagnosis of business data constraints in business processes”, *Information Systems*, vol. 48, pp. 26–43, 2015.
- [17] S. Ma, W. Fan, and L. Bravo, “Extending inclusion dependencies with conditions”, *Theoretical Computer Science*, vol. 515, pp. 64–95, 2014.
- [18] J. Visser, “Coupled transformation of schemas, documents, queries, and constraints”, *Electronic Notes in Theoretical Computer Science*, vol. 200, no. 3, pp. 3–23, 2008.
- [19] J. Garmany, J. Walker, and T. Clark, *Logical Database Design Principles*. Auerbach Publications, 1980, 200 pp.
- [20] S. Lopes, J.-M. Petit, and F. Toumani, “Discovering interesting inclusion dependencies: Application to logical database tuning”, *Information Systems*, vol. 27, no. 1, pp. 1–19, 2002.
- [21] Y. Kaminsky, E. Pena, and F. Naumann, “Discovering similarity inclusion dependencies”, *Proceedings of the ACM on Management of Data*, vol. 1, no. 1, pp. 1–24, 2023.
- [22] M. Levene and G. Loizou, “Null inclusion dependencies in relational databases”, *Information and Computation*, vol. 136, no. 2, pp. 67–108, 1997.
- [23] M. Levene and G. Loizou, “The additivity problem for data dependencies in incomplete relational databases”, in *Semantics in Databases*, vol. 1358, Springer, 1998, pp. 136–169.
- [24] H. Köhler and S. Link, “Inclusion dependencies reloaded”, in *Proceedings of the 24th ACM International on Conference on Information and Knowledge Management*, New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 2015, pp. 1361–1370.
- [25] V. S. Zykin and S. V. Zykin, “Analysis of typed inclusion dependences with null values”, *Automatic Control and Computer Sciences*, vol. 52, no. 7, pp. 638–646, 2018.
- [26] S. Zykin, “Domains of functional dependences in databases”, *Trudy Instituta Matematiki i Mekhaniki UrO RAN*, vol. 22, no. 3, pp. 117–129, 2016, in Russian.