

УДК 621.3.09

Исследование ортогональности сигналов с вращением вектора поляризации

Боровков Ю. Е., Кренев А. Н., Муравьев В. Н., Омельчук А. П.¹

*Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова
150000 Россия, г. Ярославль, ул. Советская, 14
ООО «Георазведочная компания»
107061 Россия, г. Москва, Преображенский Вал, д. 1*

e-mail: bor2bor@mail.ru, krenev@uniyar.ac.ru, myrvn@rambler.ru, omeltchuk@mail.ru

получена 13 сентября 2013

Ключевые слова: поляризация, ортогональность, вращение вектора поляризации, критерий ортогональности, плоскость поляризации, волновой пакет, интегральная энергетическая характеристика, взаимная мощность

Объектами данного исследования являлись свойства ограниченных во времени электромагнитных колебаний (волновых пакетов) с вращающимися в пространстве с постоянной угловой скоростью векторами поляризации. Показано, что формальное условие ортогональности функций на некотором интервале их аргумента, которое представляет собой интегральную энергетическую характеристику их взаимного влияния, может быть распространено на систему ограниченных во времени волновых пакетов с указанными поляризационными характеристиками. Разработан пороговый критерий с регулируемым уровнем, определяющим границы ортогональности таких сигналов в двумерном пространстве их частотно-разностных параметров. Продemonстрировано, что с увеличением длительности указанных пакетов наблюдается тенденция расширения множества их частотных параметров, удовлетворяющих установленному уровню критерия ортогональности.

Понятие поляризации радиоволн [1] используется с целью их отличия друг от друга по характеру поведения во времени вектора электрического поля ($\vec{E}$) в поперечной к направлению распространения плоскости, расположенной в фиксированной точке пространства.

Свое название тип поляризации волны получает по форме годографа вектора поля $\vec{E}$ в этой поперечной плоскости. В общем случае поляризация является эллиптической, а в предельных случаях – круговой или линейной. Дополнительно поляризацию волн также характеризуют как вертикальную, горизонтальную или наклонную в зависимости от ориентации большой оси этого эллипса относительно

¹Работа выполнена в рамках государственного контракта от 19.03.2013 № 14.515.11.0028 ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007–2013 гг.»

горизонта. Плоскостью поляризации является продольная по отношению к направлению распространения волны плоскость, проходящая через центр и большую ось указанного годографа. Часто используют понятие вектора поляризации, под которым понимается векторное представление одной из больших полуосей этого годографа [2].

Наибольшее практическое применение находят линейно поляризованные радиоволны с неизменной ориентацией в пространстве их плоскости поляризации.

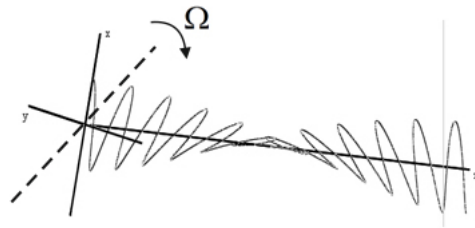


Рис. 1. Электромагнитное поле в случае двух ортогонально расположенных диполей, один вдоль оси x , другой вдоль $-y$. Пунктиром обозначен формируемый виртуальный диполь, вращающийся с частотой Ω

Исходными данными в работе является метод формирования сигнала с управляемым вращением вектора поляризации, создаваемого в пространстве виртуальным вращающимся диполем путем балансно-амплитудной модуляции сигналов в ортогональных неподвижных диполях (рис. 1) [3]. Объектами данного исследования являются электромагнитные колебания с вращающимся с заданной угловой скоростью вектором поляризации. Электрическая составляющая математической модели поля таких колебаний, формируемых указанным выше способом, образуется суперпозицией двух ортогональных пространственных компонент E_x и E_y :

$$E_x(t) = \cos(\Omega t) \cos(\omega t); \quad E_y(t) = \sin(\Omega t) \cos(\omega t), \quad (1)$$

где ω – частота несущего колебания, Ω – частота вращения (ротации) вектора поляризации результирующей пространственной волны. Предполагается, что $\Omega \ll \omega$, а амплитуды компонент условно приняты единичными.

В данной работе авторы поставили задачу оценить степень ортогональности волновых пакетов конечной длительности, образованных сигналами с указанными выше поляризационными особенностями.

Условием ортогональности двух в общем случае векторных функций на интервале $[a, b]$ является выражение:

$$Q(a, b) = \int_a^b \bar{E}_1(t) \cdot \bar{E}_2(t) dt = 0 \quad (2)$$

в котором интегрируется их скалярное произведение.

Для периодических функций величина разности $(b-a)$ есть общий для них период. Так, например, любые две функции из множества $[1, \sin(nx), \cos(mx)]$, где n, m – натуральные числа, являются ортогональными в любом промежутке длиной 2π [4, 5].

Применительно к волновым пакетам с вращающимися векторами поляризации промежуток анализа их взаимной ортогональности является интервал на оси времени, на котором пакеты перекрываются и который не может быть больше длительности пакетов τ .

В этом случае условие (2) представим через проекции пространственных компонент с единичными амплитудами в виде критерия ортогональности таких сигналов:

$$|Q(\tau, \omega_1, \omega_2, \Omega_1, \Omega_2)| = \left| \int_0^\tau [E_{1x}(t) \cdot E_{1y}(t) + E_{2x}(t) \cdot E_{2y}(t)] dt \right| \leq (\varepsilon \cdot Q_{\max}), \quad (3)$$

где $Q_{\max} = \tau/2$ – значение интеграла в (3), которое он достигает при идентичных частотных параметрах колебаний в конце пакетов, т.е. при $t = \tau$;

τ – длительность анализируемых волновых пакетов;

ε – значение «мягкого» критерия как доля от $Q_{\max}$, которую не должна превышать величина (3) для различных пакетов, чтобы условно можно было считать их ортогональными (далее ε будем исчислять в процентах).

Заметим, что скалярное произведение векторов под интегралом в (3), которое является произведением модуля одного из них на проекцию другого и пропорционально их «взаимной мощности», можно интерпретировать как «меру коллинеарности» или линейной зависимости [6] этих векторных функций. После интегрирования получим величину Q средней «взаимной энергии» в интервале длительности τ , которая может рассматриваться как характеристика степени осредненного взаимного влияния волновых пакетов, что роднит ее с понятием ковариации, используемой при анализе взаимосвязи временных процессов и рядов, как по назначению, так и по структуре описывающих их выражений.

Поскольку скалярное произведение векторных функций, а следовательно, и результат его интегрирования могут приобретать отрицательные значения, в критерии ортогональности (3) используется сравнение с порогом ε абсолютной величины Q .

Подынтегральная функция в (3) с учетом (1) после преобразований может быть записана в виде выражения

$$(E_{1x}E_{2x} + E_{1y}E_{2y}) = 0,5[\cos(\Omega_1 t - \Omega_2 t) \cos(\omega_1 t - \omega_2 t) + \xi(t)], \quad (4)$$

в котором высокочастотный член

$$\xi(t) = \cos(\Omega_1 t - \Omega_2 t) \cos(\omega_1 t + \omega_2 t) \quad (5)$$

в дальнейшем может быть отброшен, поскольку его среднее значение на короткопериодных интервалах $2\pi/(\omega_1 + \omega_2)$ стремится к нулю и практически не влияет на результат последующего интегрирования. Отметим, что с учетом такого упрощения подынтегральная функция (4) зависит лишь от разности соответствующих частот $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2$ и $\Delta\Omega = \Omega_1 - \Omega_2$.

Аналитическое выражение результата интегрирования ее по (3) имеет вид:

$$Q(\tau, \Delta\omega, \Delta\Omega) = \frac{\tau}{4} \left(\frac{\sin((\Delta\omega - \Delta\Omega)\tau)}{(\Delta\omega - \Delta\Omega)\tau} + \frac{\sin((\Delta\omega + \Delta\Omega)\tau)}{(\Delta\omega + \Delta\Omega)\tau} \right) \quad (6)$$

и позволяет получить численное значение величины Q для любых сочетаний параметра τ и разностных частот $\Delta\omega$ и $\Delta\Omega$ сравниваемых волновых пакетов, которое

после нормировки к $Q_{\max} = \tau/2$ позволяет получить оценку ортогональности этих пакетов с заданным относительным уровнем значимости ε .

Качественное представление о характере поведения нормированной величины Q (в %) дает рис. 2, на котором в виде рельефа показаны результаты компьютерного моделирования выражения (6) для волновых пакетов с ротацией вектора поляризации в двумерном пространстве $(\Delta f, \Delta F)$ их частотно разностных параметров (здесь и далее использованы циклические частоты взамен круговых). Моделирование проводилось для длительности пакетов $\tau = 1$ мкс и в диапазоне частот ± 5 МГц, диапазон отображения ординат Q составляет 0–60 %. Характерной особенностью представленной зависимости является наличие двух диагональных хребтов (с уровнем 50%) и мелкомасштабных осцилляций ординаты (вокруг нулевого уровня), амплитуда которых убывает по мере удаления от диагоналей. Центральный пик рельефа с высотой 100% соответствует волновым пакетам с идентичными параметрами (на рисунке пик срезан по уровню 60%).

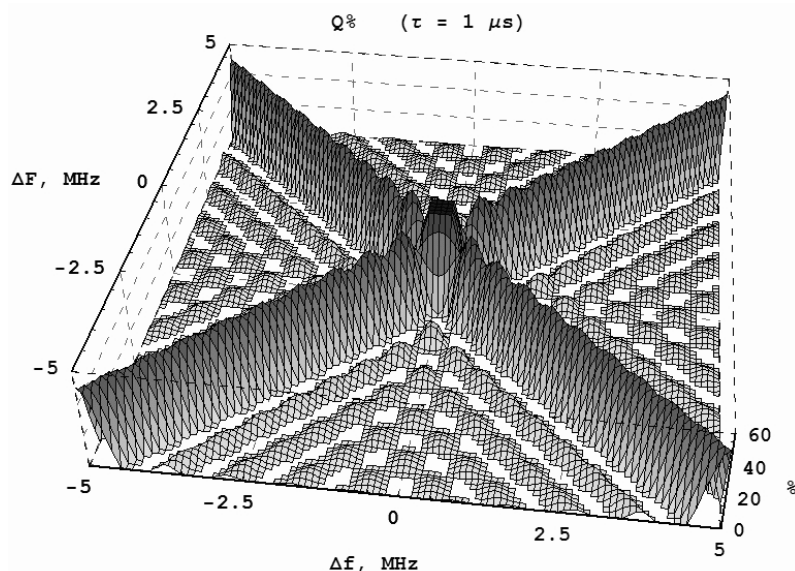


Рис. 2. Рельефное представление результатов моделирования выражения (6)

Чтобы визуально выделить частотные параметры множества пакетов, которые могут быть отнесены к числу ортогональных с заданным порогом относительного критерия ε %, из результатов моделирования выражения (6) был вырезан слой данных с границами $\pm \varepsilon$ %.

На рис. 3 приведены проекции таких слоев на плоскость $(\Delta f, \Delta F)$ частотных параметров волновых пакетов, на которых не имеют цветовой заливки области параметров, удовлетворяющие критерию $|Q| \leq \varepsilon\%$ (на рисунке $\varepsilon = 1\%$), а серую и черную заливку имеют области значений Q ниже и выше границ слоя $\pm 1\%$ соответственно. Такие срезы данных произведены при моделировании в более широком диапазоне частот ± 20 МГц и для двух значений длительности пакетов: $\tau = 1$ мкс (слева) и $\tau = 5$ мкс (справа). На этих срезах наблюдается устойчивая тенденция сужения области параметров пакетов, не удовлетворяющих заданному критерию ортогональности, с увеличением длительности пакетов.

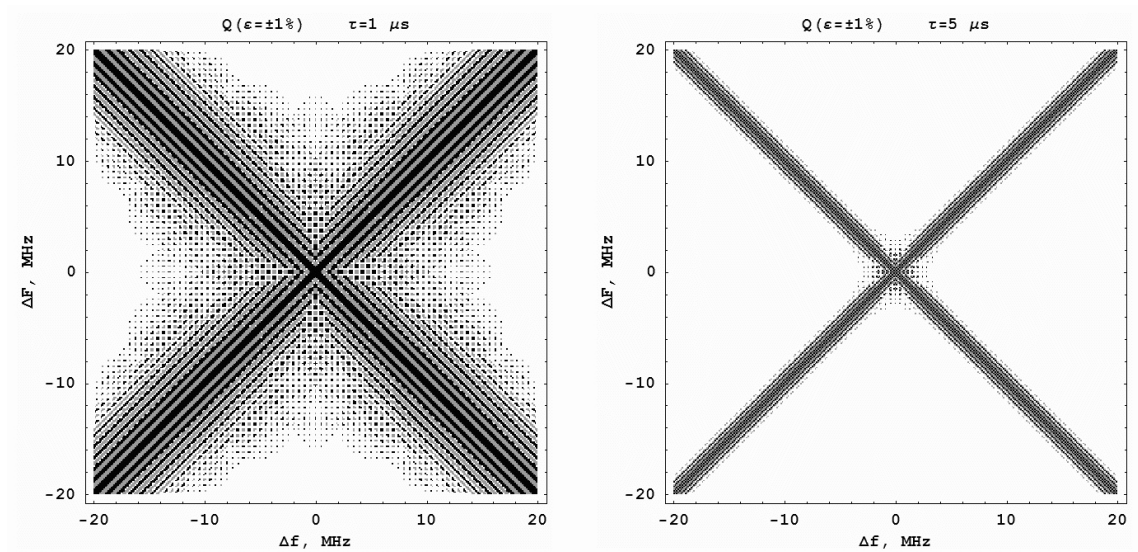


Рис. 3. Проекция слоя результатов моделирования выражения (6) толщиной $\pm\epsilon\% = \pm 1\%$ на плоскость частотных параметров пакетов длительностью 1 мкс и 5 мкс (области ординат ниже и выше границ слоя $\pm 1\%$ имеют серую и черную заливку соответственно).

Анализ полученных в работе результатов позволяет сделать вывод, что введение еще одной характеристики колебаний – ротации вектора поляризации – существенно расширяет множество ортогональных сигналов по отношению к множеству однопараметрических колебаний (с фиксированной поляризацией).

Список литературы

1. ГОСТ 24375-80. Радиосвязь. Термины и определения. (GOST 24375-80. Radiosvyaz. Terminy i opredeleniya [in Russian].)
2. Канарейкин Д.Б., Павлов Н.Ф. Потехин В.А. Поляризация радиолокационных сигналов. М.: Советское Радио, 1966. (Kanareykin D.B., Pavlov N.F. Potekhin V.A. Polyarizatsiya radiolokatsionnykh signalov. M.: Sovetskoe Radio, 1966 [in Russian].)
3. Кабачев Д.С., Муравьев В.Н. Исследование характеристик антенн с управляемым вращением вектора поляризации // Вестник ЯрГУ им. П.Г. Демидова. Серия: Естественные и технические науки. 2012. №3. С. 50–56. (Kabachyov D.S., Muravyov V.N. Issledovanie kharakteristik antenn s upravlyaemym vrashcheniem vektora polyarizatsii // Vestnik YarGU im. P.G. Demidova. Seriya: Estestvennyye i tekhnicheskie nauki. 2012. №3. S. 50–56 [in Russian].)
4. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1965. (Vygodskiy M.Ya. Spravochnik po vysshey matematike. M.: Nauka, Gl. red. fiz.-mat. lit., 1965 [in Russian].)

5. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике (для научных работников и инженеров). М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1978. (*Korn G., Korn T. Spravochnik po matematike (dlya nauchnykh rabotnikov i inzhenerov)*. M.: Nauka, Gl. red. fiz.-mat. lit., 1978 [in Russian].)
6. *Бронштейн И. Н., Семендяев К. А.* Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. (*Bronshteyn I. N., Semendyaev K. A. Spravochnik po matematike dlya inzhenerov i uchashchikhsya vtuzov*. M.: Nauka, Gl. red. fiz.-mat. lit., 1986 [in Russian].)

Study of Orthogonal Signals to the Rotation of the Polarization Vector

Borovkov Y. E., Krenev A. N., Muravyev V. N., Omeltchuk A. P.

P. G. Demidov Yaroslavl State University, Sovetskaya str., 14, Yaroslavl, 150000, Russia
«Georazvedochnaya Company» LLC, Preobrazhenski val, 1, Moscow, 107061, Russia

Keywords: polarization, orthogonality, rotation of the polarization vector, orthogonality test, plane of polarization, wave packet, integrated energy characteristics, mutual power

The objects of this study were the properties of time-bound electromagnetic waves (wave packets) from rotating in space vectors of polarization with a constant angular velocity. It is shown that the formal condition of function orthogonality on some interval of their argument, which is an integrated energy characteristics of their mutual influence, can be extended to a system of time-wave packets with the specified polarization characteristics. It is designed an adjustable threshold criterion level, which defines the boundaries of signals orthogonality in a two-dimensional space of frequency-difference parameters. It has been demonstrated that with an increase in the duration of these packages there is a tendency to extend the set of frequency parameters that satisfy the criteria specified level of orthogonality.

Сведения об авторах:

Боровков Юрий Евгеньевич,

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова,
канд. физ.-мат. наук

Крнев Александр Николаевич,

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова,
канд. техн. наук, доцент

Муравьев Виктор Николаевич,

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова,
мл. науч. сотр.

Омельчук Александр Прокофьевич,

ООО "Георазведочная компания",
канд. техн. наук