Моделирование и анализ информационных систем. Т. 23, №6 (2016), с. 715–728
Modeling and Analysis of Information Systems. Vol. 23, No 6 (2016), pp. 715–728

©Громов М. Л., Шабалдина Н. В., 2016

DOI: 10.18255/1818-1015-2016-6-715-728

УДК 519.713

Построение каскадной параллельной композиции временных автоматов с использованием BALM-II

Громов М. Л., Шабалдина Н. В.

получена 5 сентября 2016

Аннотация. В данной работе мы рассмотрели задачу построения каскадной параллельной композиции временных автоматов. Построение такой композиции можно свести к поэтапному построению бинарной параллельной композиции. Известно, что если каждая из компонент бинарной параллельной композиции есть временной автомат с константными задержками выходов, то результатом композиции может быть временной автомат, множество задержек выходных символов которого бесконечно и задано при помощи конечного множества линейных функций. Поэтому задача построения каскадной композиции временных автоматов с константными задержками выходов сводится к построению ряда бинарных параллельных композиций временных автоматов, задержки выходов которых заданы либо в виде констант, либо в виде множества линейных функций. В данной работе мы уточняем определение временного автомата, обращая особое внимание на описание задержки выходного символа. В качестве инструмента для построения композиции мы используем BALM-II, и поэтому рассматриваем переход от временного автомата с задержками выходов в виде множества линейных функций к соответствующему полуавтомату. Мы предлагаем свою процедуру построения полуавтомата, которая, в отличие от известной процедуры, не требует последующей детерминизации полученного полуавтомата. Кроме того, мы пошагово описываем, каким образом построить композицию соответствующих полуавтоматов при помощи BALM-II, а также обсуждаем процедуру обратного преобразования от полуавтомата композиции к временному автомату, отмечая некоторые нюансы, связанные с композицией временных автоматов с задержками выходов в виде множества линейных функций. В работе приведён пример, иллюстрирующий построение каскадной параллельной композиции временных автоматов.

Ключевые слова: временные автоматы, каскадная параллельная композиция, BALM-II

Для цитирования: Громов М. Л., Шабалдина Н. В., "Построение каскадной параллельной композиции временных автоматов с использованием BALM-II", *Моделирование и анализ информационных систем*, **23**:6 (2016), 715–728.

Об авторах:
Громов Максим Леонидович, orcid.org/0000-0002-2990-8245, канд. физ.-мат. наук,
Томский государственный университет,
пр. Ленина, 36, г. Томск, 634050 Россия, e-mail: maxim.leo.gromov@gmail.com

Шабалдина Наталия Владимировна, orcid.org/0000-0002-1958-550X, канд. техн. наук, доцент,
Томский государственный университет,
пр. Ленина, 36, г. Томск, 634050 Россия, e-mail: nataliamailbox@mail.ru

Благодарности:
Работа частично выполнена при финансовой поддержке гранта на проведение фундаментальных научных исследований и поисковых научных исследований № 16-49-03012 Российского научного фонда.

Введение

Большинство современных приложений, таких как веб-сервисы, телекоммуникационные протоколы и т.п., ориентированы на взаимодействие друг с другом. Классической моделью описания поведения дискретных систем является модель конечного автомата [1, 2]. Если поведение каждой системы описывается при помощи конечного автомата, то совместная работа таких систем может быть описана автоматной композицией, которая (при определённых ограничениях) также будет являться конечным автоматом. В данной работе нас интересует так называемая параллельная композиция [3], в которой компоненты взаимодействуют асинхронно в предположении «медленной внешней среды». Для построения такой автоматной композиции есть инструмент BALM-II (Berkeley Automata and Language Manipulation) [4]. Отметим, что мы рассматриваем не бинарную композицию, а каскадную, содержащую более двух компонент.

Иногда бывает необходимо учесть временные аспекты поведения дискретной системы. Вероятно, наиболее общий способ описания поведения такого рода систем – это временной полуавтомат [5]. Однако в нашей работе нас интересуют входо-выходные системы, в которых за каждым входным воздействием обязательно следует выходная реакция, возможно, спустя некоторое время. Класс таких систем был упомянут выше, он включает в себя телекоммуникационные протоколы, последовательностные схемы, веб-сервисы и т.п. В этом случае мы можем использовать в качестве модели временной конечный автомат. Известны различные модели временного конечного автомата, например, с интервалами на переходах [6]. В данной работе мы рассматриваем модель временного конечного автомата с задержками выходов и таймаутами [7, 8]. В данной работе, как и в работе [11], мы продолжаем исследования, начатые в [7], в которой авторы предложили метод построения бинарной параллельной композиции временных конечных автоматов с константными задержками выходов и таймаутами. Для построения композиции двух временных автоматов сначала необходимо перейти к соответствующим полуавтоматам [7]. Таким образом, сначала мы преобразуем оба временных автомата в полуавтоматы, затем строим композицию двух полуавтоматов, и затем нам необходимо вернуться к модели временного конечного автомата. В [7] показано, что композиция двух временных конечных автоматов может иметь бесконечное число задержек выходов для некоторых переходов и эти задержки могут быть описаны конечным способом при помощи следующего множества линейных функций: $\{b + kt | b, k \in \{0\} \cup \mathbb{N}\}$.

Существует ряд инструментов для работы с временными полуавтоматами, в том числе для построения композиций, а также для верификации. Среди этих инструментов наиболее популярным является UPPAAL [9]. В работе [11] мы поясняем, почему для наших целей этот инструмент не подходит, и аргументируем выбор инструмента BALM-II. В данной работе мы продолжаем наши исследования и рассматриваем построение каскадной параллельной композиции временных автоматов с использованием BALM-II.

1. Основные определения и обозначения

Полуавтомат A есть пятёрка $\langle A, X, \lambda_{\mathsf{A}}, \hat{a}, \mathfrak{F}_{\mathsf{A}}\rangle$, где A – конечное множество состояний с выделенным начальным состоянием $\hat{a}$ и множеством финальных состояний $\mathfrak{F}_{\mathsf{A}} \subseteq A$; X – алфавит действий; $\lambda_{\mathsf{A}} \subseteq A \times X \times A$ – отношение переходов, определяющее все возможные переходы в полуавтомате. Язык $\mathfrak{L}_{\mathsf{A}}$ полуавтомата A есть множество всех последовательностей α в алфавите X, таких, что в полуавтомате A есть цепочка переходов (помеченная последовательностью α) из начального состояния в некоторое финальное состояние. Автомат G есть пятёрка $\langle G, I, O, \lambda_{\mathsf{G}}, \hat{g}\rangle$, где G есть конечное непустое множество состояний с выделенным начальным состоянием $\hat{g}$; I и O – входной и выходной алфавиты, соответственно; и $\lambda_{\mathsf{G}} \subseteq G \times I \times O \times G$ – отношение переходов. В автомате все состояния являются финальными.

Пусть $\mathbb{N}$ – множество натуральных чисел, а $\mathbb{N}_0 = \mathbb{N} \cup \{0\}$ – множество целых неотрицательных чисел. Обозначим через $\mathbb{F} \stackrel{\text{def}}{=} \{b + kt | b \in \mathbb{N}_0, k \in \mathbb{N}_0\}$ множество всех возможных линейных функций от аргумента t с целыми неотрицательными коэффициентами. Пусть задана некоторая линейная функция $f_1(t) = b_1 + k_1 t$ из множества $\mathbb{F}$. Очевидно, придавая аргументу t этой функции последовательно целые неотрицательные значения (то есть значения 0, 1, 2 и т.д.), получим в результате множество целых неотрицательных чисел: b_1, $b_1 + k_1$, $b_1 + 2k_1$ и т.д. Обозначим это множество как $\mathbb{T}(f_1)$ и назовём его *множество моментов времени функции* $f_1(t)$. Пусть задано конечное множество $D = \{f_1(t), f_2(t), \ldots, f_n(t)\} \subset \mathbb{F}$ линейных функций с целыми неотрицательными коэффициентами. *Множеством моментов времени множества* D назовём следующее множество: $\mathbb{T}(D) \stackrel{\text{def}}{=} \cup_{i=1}^{n} \mathbb{T}(f_i)$.

В данной работе под *временным конечным автоматом* мы понимаем автомат с задержками выходов, то есть кортеж вида $\mathsf{S} = \langle S, I, O, \lambda_{\mathsf{S}}, \hat{s}, \sigma_{\mathsf{S}}\rangle$, для которого выполняются следующие условия:

1. Пятёрка $\langle S, I, O, \lambda_{\mathsf{S}}, \hat{s}\rangle$ есть конечный автомат.

2. Каждый временной автомат оборудован внутренними часами (временнóй переменной), которые меняют своё значение с течением времени и пригодны для измерения дискретных промежутков времени: 1 такт (единица времени), 2 такта и т.д. В этой работе мы полагаем, что выполнение всякого перехода приводит к сбросу внутренних часов в 0.

3. Функция $\sigma_{\mathsf{S}} : \lambda_{\mathsf{S}} \to (2^{\mathbb{F}} \setminus \varnothing)$ есть функция задержки выходного символа, которая определяет для каждого перехода непустое, возможно, бесконечное множество допустимых моментов времени, в которые автоматом может быть произведён выходной символ. Это множество моментов времени задаётся конечным набором линейных функций с целыми неотрицательными коэффициентами. Если $\sigma_{\mathsf{S}}(\langle s_1, i, o, s_2\rangle) = D$, где $D \subset \mathbb{F}$ – конечное множество линейных функций с целыми неотрицательными коэффициентами, то, находясь в состоянии s_1 и получив входное воздействие i, автомат сбрасывает значение внутренних часов в 0 и может выдать выходную реакцию o на это воздействие в любой момент, когда внутренние часы приобретают значение из $\mathbb{T}(D)$. В этот же самый момент состояние автомата станет s_2, а часы вновь сбросятся в 0.

4. Временной автомат начинает свою работу из начального состояния, а внутренние часы установлены в 0.

Введённый нами временной автомат является расширением временного автомата с константными задержками выходов, рассмотренного нами ранее [11], в котором функция задержки выходного символа определяется так: $\sigma_S : \lambda_S \to \mathbb{N}_0$. Получить указанную выше модель достаточно просто, нужно потребовать равенство нулю всех коэффициентов k у всех линейных функций.

В работе [7] показано, что при построении параллельной композиции временных автоматов с константными задержками выходов, в случае их недетерминизма, получается временной автомат, в котором задержки выходов на переходах описываются значениями конечного набора целочисленных неотрицательных линейных функций. Поэтому в данном исследовании мы сразу отталкиваемся от такой, более общей модели, учитывая, что в работе [7] показана замкнутость множества таких временных автоматов относительно операции параллельной композиции. Рассмотрение более общей модели актуально в связи с тем, что на практике встречаются не только бинарные композиции, но и композиции, содержащие более двух компонент, построение которых может быть сведено к каскадному построению бинарных композиций. Тогда, даже если все автоматы, описывающие поведение компонент, являются временными автоматами с константными задержками выходов, на очередном шаге построения такой композиции может возникнуть задача построения бинарной композиции временных автоматов, в которых задержки выходов на переходах описываются значениями конечного набора целочисленных неотрицательных линейных функций.

Для описания поведения временного автомата с учётом временных аспектов вводится понятие *временнóго выходного символа* (*временнóй реакции* автомата).

Полагаем, что внешний наблюдатель, проводящий эксперименты с временным автоматом, имеет доступ к внешним, *глобальным* часам (глобальной временной переменной), по которым и проводит все измерения временных промежутков. Наблюдатель может сбрасывать глобальные часы. В момент, когда начинаются эксперименты с временным автоматом, значение глобальной временной переменной равно 0. Кроме того, полагаем, что внешний наблюдатель достаточно осведомлен о внутренних часах временного автомата и настроил глобальные часы так, чтобы единица времени, измеренная по глобальным часам, соответствовала единице времени, измеренной по внутренним часам временного автомата. Подавая входные воздействия на автомат, наблюдатель сбрасывает глобальные часы в 0, «засекая», сколько времени будет «готовиться» выходная реакция.

Временной выходной символ (*временная выходная реакция*) есть пара $\langle o, u\rangle \in \in O \times \mathbb{N}_0$, указывающая на то, что выходная реакция o получена от автомата в момент, когда значение глобальной временной переменной равно u.

Заметим, что такое определение выходной реакции отличается от классически принятого определения наблюдаемых временных событий (см., например [5]), в котором внешний наблюдатель никогда не сбрасывает значение глобальной временной переменной.

Множество возможных временных реакций временного автомата S, находящегося в состоянии s, на входное воздействие $i \in I$ определяется переходами из этого состояния по входному символу i и функциями задержек выходов σ_S этих перехо-

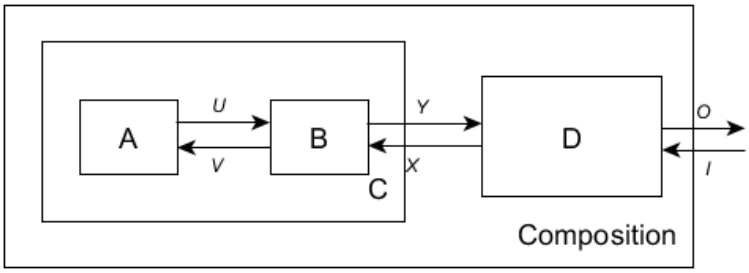


Рис. 1: Структура каскадной параллельной композиции
Fig. 1. Structure of cascade parallel composition

дов. Пусть в состоянии s по входу i в автомате определены переходы $\tau_1 = \langle s, i, o_1, s_1\rangle$, $\ldots$, $\tau_q = \langle s, i, o_q, s_q\rangle$ и пусть $\sigma_{\mathcal{S}}(\tau_1) = D_1$, $\ldots$, $\sigma_{\mathcal{S}}(\tau_q) = D_q$. Тогда наблюдатель в качестве реакции может получить выходной символ o_1 в один из моментов времени из множества $\mathbb{T}(D_1)$, либо выходной символ o_2 в один из моментов времени из множества $\mathbb{T}(D_2)$ и т.д. Всё множество возможных реакций автомата $\mathcal{S}$, находящегося в состоянии s, на входное воздействие i опишется как $\cup_{j=1}^{q}\{o_j\} \times \mathbb{T}(D_j)$.

Рассмотрим входную последовательность $\alpha = i_1 i_2 \ldots i_n$ и временную выходную последовательность $\beta = \langle o_1, u_1\rangle\langle o_2, u_2\rangle \ldots \langle o_n, u_n\rangle$. Если во временном автомате $\mathcal{S}$ существует такая последовательность переходов, что при подаче в состоянии s последовательности α автомат может произвести в ответ последовательность β, то последовательность $i_1/\langle o_1, u_1\rangle \ldots i_n/\langle o_n, u_n\rangle$ называется *временной входо-выходной последовательностью* автомата $\mathcal{S}$ в состоянии s. Множество всех временных входо-выходных последовательностей автомата $\mathcal{S}$ в состоянии s обозначим как $\mathfrak{L}_{\mathcal{S}}(s)$ и назовём языком временного автомата $\mathcal{S}$ в состоянии s. Язык временного автомата в начальном состоянии будем просто называть *языком временного автомата* и обозначать $\mathfrak{L}_{\mathcal{S}}$.

Параллельная композиция описывает диалог между двумя компонентами. Структура рассматриваемой в данной работе каскадной параллельной композиции представлена на рисунке 1. Построение такой композиции может быть сведено к построению бинарной параллельной композиции компонент A и B (нахождению компоненты C), а затем построению бинарной параллельной композиции компонент C и D (нахождению поведения системы в целом). Мы предполагаем, что компоненты взаимодействуют между собой в условиях «медленной внешней среды», т.е. следующий входной символ может быть подан на систему только после выдачи системой внешнего выходного символа на предыдущий внешний входной символ. Мы также предполагаем для простоты изложения, что алфавиты различных каналов не пересекаются, и что при работе системы не возникает бесконечных внутренних диалогов (осцилляций). Ещё одно наше предположение состоит в том, что каждая компонента, а также система в целом имеют временные переменные. Значения этих переменных наращиваются синхронно, с одинаковой скоростью. Временная переменная компоненты обнуляется (сбрасывается), когда компонента меняет состояние или когда на вход компоненты поступает входной символ. Временная переменная композиции сбрасываются, когда на систему подаётся входной символ или когда си-

стема (композиция) выдаёт внешний выходной символ. Подробное описание работы компонент и системы в целом можно найти в статье [7].

2. Построение полуавтомата, соответствующего заданному временному конечному автомату

Параллельная композиция в классическом случае строится через композицию соответствующих полуавтоматов [4]. Подобным же образом будем поступать и мы. Для этого мы опишем то, как построить по заданному временному автомату соответствующий полуавтомат. Ключевым моментом в таком построении является введение в алфавите полуавтомата специального символа 1 [10], который трактуется как «истечение» одного такта (одной единицы) времени. Это возможно, поскольку в нашей модели воздействия могут подаваться лишь в дискретные моменты времени (точнее, автомат считывает их только в эти моменты времени). Что касается выходных реакций, они также выдаются только в дискретные моменты времени. Такая модель поведения, конечно же, является частным случаем поведения временного полуавтомата, предложенного в классической работе Алюра и Дилла [5], однако отметим, что в работе [12] Спринхинтфельд и др. показали, что, например, для вопросов тестирования оказывается достаточно рассмотреть поведение временного полуавтомата Алюра и Дилла в дискретные моменты времени, кратные специально рассчитываемой величине. Поэтому введение тактирования входных воздействий и выходных реакций мы считаем вполне оправданным.

Далее задача построения полуавтомата, соответствующего временному автомату, становится достаточно очевидной, нужно лишь показать, как развернуть переход временного автомата в переходы полуавтомата. Однако подходов к реализации такой «развёртки» может быть несколько. В данном разделе мы кратко описываем подход работы [7], опирающийся на использование отдельных «маленьких» полуавтоматов для каждого отдельного перехода, которые затем объединяются, и предлагаем свой подход, который позволяет описать полуавтоматом сразу все переходы временного автомата для заданного состояния и заданного входного символа.

2.1. Применение полуавтоматов вида $1^b.(1^k)^*$

В данной работе мы рассматриваем временные автоматы, у которых задержки появления выходной реакции на выходе описываются множеством функций вида $b + kt$. Для отображения переходов временного автомата в переходы полуавтомата в работе [7] предлагается строить специальный полуавтомат с формулой языка $i.1^b.(1^k)^*.o$ для каждой из этих функций и затем объединять эти полуавтоматы. Однако такой подход приводит к появлению нежелательного недетерминизма. В итоге полученный полуавтомат придётся детерминизировать, что может оказаться достаточно накладным в случае большого количества линейных функций в множестве, описывающем задержки выхода. Особенно это становится заметным, если автомат недетерминированный (по одному и тому же входному символу из одного и того же состояния в автомате имеются несколько различных переходов).

2.2. Непосредственное построение полуавтомата задержек

В данном подразделе мы предлагаем процедуру, которая позволит построить полуавтомат-задержку сразу, опираясь только на коэффициенты заданных линейных функций.

Пусть задан некоторый временной автомат $\mathsf{S} = \langle S, I, O, \lambda_{\mathsf{S}}, \hat{s}, \sigma_{\mathsf{S}} \rangle$. Рассмотрим в нём множество переходов $\{\tau_j = \langle s, i, o_j, s'_j \rangle : j = 1, \ldots, n\}$ из некоторого состояния s по некоторому входному символу i, и пусть $\sigma_{\mathsf{S}}(\tau_j) = \{b_{j,h_j} + k_{j,h_j} t \,|\, h_j = 1, \ldots, N_j\}$ – множество функций задержки выхода o_j при переходе автомата из состояния s в состояние s'_j по входному символу i. При этом, для упрощения рассмотрения, полагаем, что все $k_{j,h_j} > 0$. Обозначим через $\mathbb{B} = \max(b_{j,h_j})$ – наибольший из коэффициентов b_{j,h_j}, $j = 1, \ldots, n$, $h_j = 1, \ldots, N_j$, а через $\mathbb{K} = \text{НОК}(k_{j,h_j})$ – наименьшее общее кратное чисел k_{j,h_j}, $j = 1, \ldots, n$, $h_j = 1, \ldots, N_j$. Обозначим через $\mathbb{M} = \mathbb{B} + \mathbb{K} - 1$ – сумму чисел $\mathbb{B}$ и $\mathbb{K}$ за вычетом единицы. Теперь, при построении соответствующего полуавтомата, будем действовать следующим образом:

1. Добавим в множество состояний полуавтомата и в множество финальных состояний полуавтомата состояние s и все состояния s'_j, $j = 1, \ldots, n$.

2. Добавим в множество состояний полуавтомата (но *не* в множество финальных состояний) состояния вида $\langle s, i, m \rangle$, где $m = 0, \ldots, \mathbb{M}$. Число m назовём *номером состояния.*

3. В множество переходов полуавтомата добавим переход $\langle s, i, \langle s, i, 0 \rangle \rangle$.

4. В множество переходов полуавтомата добавим переходы $\langle \langle s, i, m \rangle, 1, \langle s, i, m+1 \rangle \rangle$, $m = 0, \ldots (\mathbb{M} - 1)$.

5. В множество переходов полуавтомата добавим переход $\langle \langle s, i, \mathbb{M} \rangle, 1, \langle s, i, \mathbb{B} \rangle \rangle$ (замкнём петлю).

6. Перебирая состояния $\langle s, i, m \rangle$ и функции $b_{j,h_j} + k_{j,h_j} t$, проверяем, если число $m - b_{j,h_j}$ неотрицательное и оно нацело делится на k_{j,h_j}, то добавляем переход $\langle \langle s, i, m \rangle, o_j, s'_j \rangle$.

Утверждение 1. *Пусть с использованием описанной выше процедуры построен полуавтомат* $\mathsf{A} = \langle A, X, \lambda_{\mathsf{A}}, \hat{a}, \mathfrak{F}_{\mathsf{A}} \rangle$, *где* $A = \{s, \langle s, i, 0 \rangle, \ldots, \langle s, i, \mathbb{M} \rangle, s'_1, \ldots, s'_n\}$, $X = \{i, 1, o_1, \ldots, o_n\}$, $\hat{a} = s$, $\mathfrak{F}_{\mathsf{A}} = \{s, s'_1, \ldots, s'_n\}$, *а множество переходов* λ_{A} *получено согласно правилам процедуры. Тогда язык полуавтомата* A *содержит пустую последовательность и последовательности, которые описывают все возможные временные входо-выходные пары всех переходов* $\tau_j = \langle s, i, o_j, s'_j \rangle$, $\sigma_{\mathsf{S}}(\tau_j) = D_j$ *заданного временного автомата и только их.*

Доказательство. Наличие в языке полуавтомата A пустой последовательности с очевидностью следует из пункта 1 процедуры.

Для доказательства остальной части утверждения достаточно показать, что любая временная входо-выходная пара, порождаемая переходами $\tau_j = \langle s, i, o_j, s'_j \rangle$, $\sigma_{\mathsf{S}}(\tau_j) = D_j$ заданного автомата, описывается соответствующим словом из языка

полуавтомата и что всякому слову из языка полуавтомата соответствует некоторая временная входо-выходная пара исходного временного автомата.

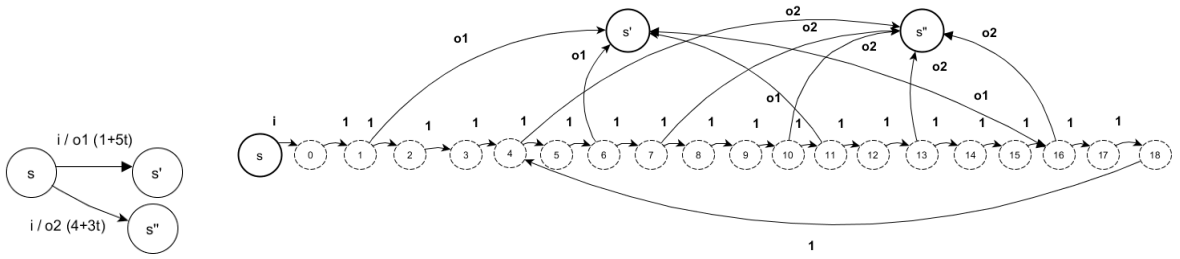
Пусть некоторый переход автомата $\langle s, i, o_j, s'_j \rangle$ может породить временную входо-выходную пару $i/\langle o_j, T \rangle$. Пусть задержка T определяется функцией $b + kt \in D_j$, то есть $T = b + kt_1$, для некоторого целого $t_1 \geqslant 0$.

Пусть $T \leqslant \mathbb{M}$. Рассмотрим состояние полуавтомата с номером T (согласно пункту 2 состояние с таким номером обязательно существует). Попасть в это состояние полуавтомат мог только из состояния $\langle s, i, 0 \rangle$ после выполнения действия 1 T раз. Поскольку $T = b + kt_1$, согласно правилу 6 процедуры ($T - b = kt_1$ – это число не меньше нуля и делится нацело на k) из состояния с этим номером есть переход по действию o_j в состояние s_j. Состояние s_j объявлено финальным. Начальным состоянием является состояние s. Из него возможен единственный переход по действию i в состояние $\langle s, i, 0 \rangle$, из которого после выполнения действия 1 T раз полуавтомат попадает в состояние $\langle s, i, T \rangle$. Далее, из состояния $\langle s, i, T \rangle$ по действию o_j полуавтомат попадает в финальное состояние s_j. Значит, слово $i.1^T.o_j$ принадлежит языку полуавтомата.

Пусть $T > \mathbb{M}$. Отметим, что цикл по действиям 1 в полуавтомате охватывает состояния с номерами от $\mathbb{B}$ (своеобразная «точка входа» в цикл) по $\mathbb{M}$. Из состояния $\mathbb{M}$ по действию 1 полуавтомат возвращается в состояние $\mathbb{B}$. Длина цикла (число переходов по действию 1 до возвращения в состояние, с которого начато движение по циклу) составляет $\mathbb{K}$. Представим число T следующим образом: $T = \mathbb{B} + p \cdot \mathbb{K} + r$, где $0 \leqslant r < \mathbb{K}$ – остаток от деления числа $T - \mathbb{B}$ на $\mathbb{K}$ (очевидно, число $T - \mathbb{B} \geqslant 0$), p – некоторое целое неотрицательное число (результат целочисленного деления числа $T - \mathbb{B}$ на $\mathbb{K}$). Поскольку $T = b + kt_k$, то можно записать $\mathbb{B} + p \cdot \mathbb{K} + r = b + kt_1$. Переписав это выражение иначе, получим $(\mathbb{B} + r - b) + p \cdot \mathbb{K} = kt_1$. Правая часть этого выражения нацело делится на k, а значит, и левая часть тоже нацело делится на k. Так как $\mathbb{K}$ – НОК всех коэффициентов k_{j,h_j}, в том числе и рассматриваемого числа k, то слагаемое $p \cdot \mathbb{K}$ делится на k без остатка, а в таком случае и слагаемое $(\mathbb{B} + r - b)$ также делится на k без остатка. Рассмотрим состояние с номером $\mathbb{B} + r$ (как было отмечено выше, $0 \leqslant r < \mathbb{K}$, а значит, состояние с таким номером существует в полуавтомате). Поскольку это состояние находится внутри цикла, попасть в него из состояния $\langle s, i, 0 \rangle$ можно бесконечным числом способов. Например, это можно сделать следующим способом. Сначала делается $\mathbb{B}$ переходов по 1 и достигается состояние с номером $\mathbb{B}$ – «точка входа» в цикл. Затем делается r переходов и достигается состояние с номером $\mathbb{B} + r$. После этого p раз «прокручивается» цикл (длина которого $\mathbb{K}$ действий) и вновь достигается состояние с номером $\mathbb{B} + r$. Таким образом, это состояние достигается за $\mathbb{B} + r + p \cdot \mathbb{K}$ переходов по действию 1. По доказанному выше, число $(\mathbb{B} + r - b)$ делится на k без остатка, а значит, согласно правилу 6 процедуры из состояния с номером $\mathbb{B} + r$ есть переход по действию o_j в состояние s_j. И вновь слово $i.1^T.o_j$ принадлежит языку полуавтомата.

Обратное доказывается аналогично. Всякое слово языка полуавтомата, за исключением пустого, имеет вид $i.1^T.o_j$, причём среди всех функций из σ_j найдётся такая функция $b + kt$, что число T представимо в виде $T = b + kt_1$ для некоторого неотрицательного целого t_1. А значит, оно описывает некоторую временную входо-выходную пару $i/\langle o_j, T \rangle$ исходного временного автомата. □

Пример 1. *Рассмотрим переходы временного автомата, представленные на рисунке 2a.*



(a) (b)

Рис. 2: Пример временных переходов временного автомата и соответствующий им полуавтомат
Fig. 2. Timed transitions example and corresponding automaton transitions

Для этих переходов $\mathbb{B} = \max(1, 4) = 4$, $\mathbb{K} = (5, 3) = 15$, *тогда* $\mathbb{M} = 4 + 15 - 1 = 18$. *Значит, нефинальных состояний будет* 18, *петля будет замыкаться переходом по символу* 1 *из состояния с номером* $\mathbb{M} = 18$ *в состояние с номером* $\mathbb{B} = 4$ *(рисунок 2b).*

Рассмотрим, например, состояние с номером 16. *Так как* $16 - 1 = 15$ *делится нацело на* 5 *(функция* $1 + 5t$ *описывает задержки выхода* o_1*), то из состояния с номером* 16 *есть переход по символу* o_1 *в финальное состояние* s'.

Аналогично для выхода o_2 *(функция* $4+3t$ *описывает задержки выхода* o_2*): число* $16-4 = 12$ *нацело делится на* 3, *значит, из состояния* 16 *есть переход по символу* o_2 *в финальное состояние* s''.

Рассмотрев все нефинальные состояния, мы получим все возможные переходы (рисунок 2b).

2.3. «Сборка» полуавтомата, описывающего временной автомат

После того как построены все полуавтоматы $\mathsf{A}_j = \langle A_j, X_j, \lambda_{\mathsf{A}_j}, \hat{a}_j, \mathfrak{F}_{\mathsf{A}_j} \rangle$ для каждого перехода $\langle s_j, i_j, o_j, s'_j \rangle$, $j = 1, \ldots, |\lambda_{\mathsf{S}}|$, временного автомата $\langle S, I, O, \lambda_{\mathsf{S}}, \hat{s}, \sigma_{\mathsf{S}} \rangle$ (с помощью любого из указанных выше способов), полуавтомат, описывающий весь временной автомат, собирается следующим образом. Нужно построить следующие множества: $A = \cup_{j=1}^{|\lambda_{\mathsf{S}}|} A_j$, $X = \cup_{j=1}^{|\lambda_{\mathsf{S}}|} X_j$, $\lambda_{\mathsf{A}} = \cup_{j=1}^{|\lambda_{\mathsf{S}}|} \lambda_{\mathsf{A}_j}$, $\mathfrak{F}_{\mathsf{A}} = \cup_{j=1}^{|\lambda_{\mathsf{S}}|} \mathfrak{F}_{\mathsf{A}_j}$. Добавим в множество переходов λ_{A} для каждого состояния $s \in \mathfrak{F}_{\mathsf{A}}$ переходы вида $\langle s, 1, s \rangle$ – переход из финального состояния в само себя по специальному действию 1. Эти петли нужно добавить обязательно, чтобы в дальнейшем правильно построить параллельную композицию. Они отражают тот факт, что, находясь в некотором состоянии, временной автомат сколь угодно долго ожидает входное воздействие. Отметим, что если бы мы рассматривали временные автоматы с задержками и *таймаутами*, то это уже были бы не петли, а более сложные группы переходов. Рассмотрение таких временных автоматов мы предполагаем в будущем как развитие данного исследования.

Теперь полуавтомат $A = \langle A, X, \lambda_A, \hat{s}, \mathfrak{F}_A \rangle$ будет описывать поведение временного автомата $S = \langle S, I, O, \lambda_S, \hat{s}, \sigma_S \rangle$, то есть язык полуавтомата A будет совпадать с языком временного автомата S, если временные выходы вида $\langle o, u \rangle$ автомата S воспринимать как последовательность $1^u.o$ (то есть прошло u тактов и появился выходной символ o, что соответствует принятой нами семантике временного выхода), и будет пригоден для построения параллельной композиции.

2.4. Преобразование глобального полуавтомата параллельной композиции к временному автомату

Пусть даны два временных автомата R и S, для которых построены полуавтоматы A_R и A_S соответственно, как описывалось в разделе 2. Далее, построив параллельную композицию этих полуавтоматов [4], получим (глобальный) полуавтомат A, описывающий параллельную композицию исходных автоматов R и S. Естественно возникает вопрос, соответствует ли глобальный полуавтомат некоторому временному автомату. Согласно утверждению в работе [7], множество рассматриваемых нами временных автоматов замкнуто относительно операции параллельной композиции. Решению задачи обратного преобразования полуавтомата к временному автомату был посвящён один из разделов нашей предыдущей работы [11]. Ввиду ограниченного объёма статьи мы не станем приводить эту процедуру, заметим лишь, что согласно правилам построения параллельной композиции [4], полуавтомат $A = \langle A, X, \lambda_A, \hat{a}, \mathfrak{F}_A \rangle$ должен быть сначала спроецирован на внешние алфавиты (действия по внутренним символам заменяются на специальный «пустой» символ), а затем детерминизирован. Под *внешними алфавитами (символами)* мы понимаем алфавиты, в которых композиция «общается» с внешней средой, а под *внутренними алфавитами (символами)* – алфавиты, в которых компоненты «общаются» между собой. После детерминизации полуавтомат будет удовлетворять необходимым условиям для применения процедуры из работы [11].

3. Применение BALM-II для построения параллельной композиции автоматов

В этом разделе мы описываем, как построить бинарную параллельную композицию двух полуавтоматов при помощи BALM-II, и иллюстрируем эту процедуру на примере построения каскадной композиции.

Временной автомат левой компоненты этой композиции представлен на рисунке 3a и является результатом параллельной композиции двух временных автоматов, описание построения этой композиции можно найти в работе [11]. Соответствующий полуавтомат представлен на рисунке 3b.

Временной автомат и соответствующий полуавтомат правой компоненты представлены на рисунках 3c и 3d. BALM-II поддерживает формат файла AUT для описания полуавтомата [4]. Этот формат является упрощённым вариантом формата BLIF_MV. В связи с ограниченным объёмом статьи, мы упомянем здесь лишь самые важные моменты.

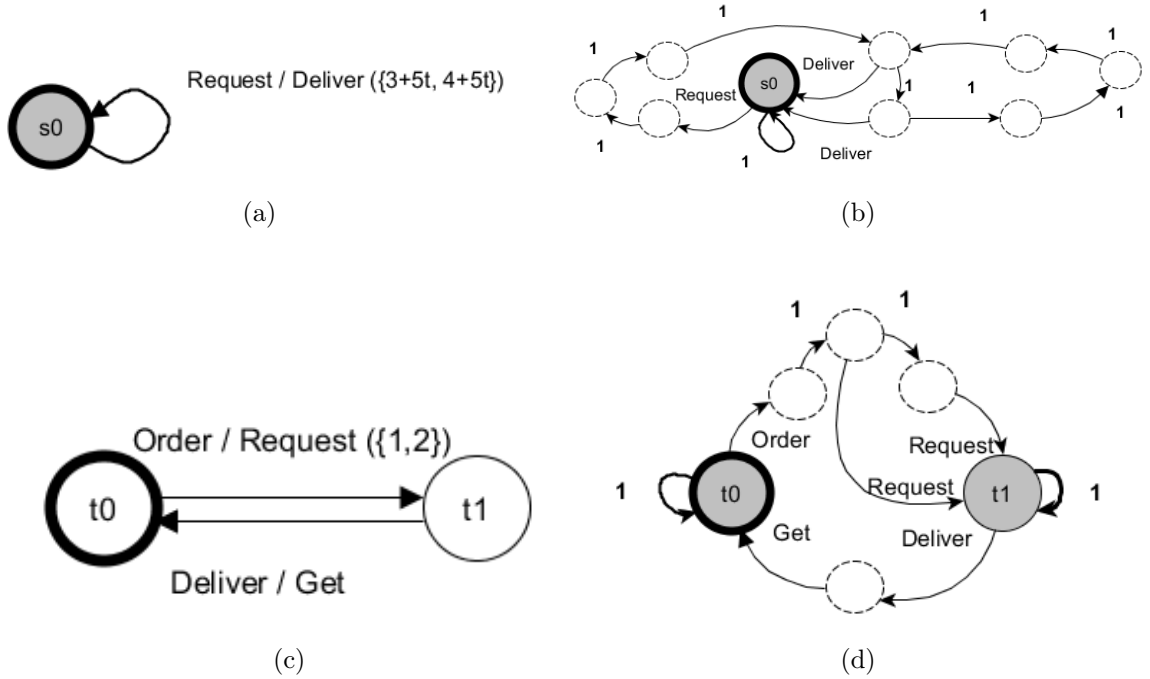


Рис. 3: Временной автомат левой компоненты (a) и соответствующий полуавтомат (b), временной автомат правой компоненты (c) и соответствующий полуавтомат (d)
Fig. 3. TFSM of the left component (a) and corresponding automaton (b), TFSM of the right component (c) and corresponding automaton (d)

Прежде всего, мы должны задать каналы компоненты (каналы, через которые компонента взаимодействует с внешней средой и с другой компонентой). В формате AUT для правой компоненты это будет выглядеть следующим образом:

```
.inputs x i o y t E
```

Мы обращаем внимание, что в дополнение к тем каналам левой компоненты, которые можно видеть на рисунке 1, добавлен специальный канал для моделирования времени (временной канал `t`), который соответствует временной переменной (или нашему специальному действию 1). Что касается канала `E`, это также специальный канал, который определяет, какой из каналов `x`, `i`, `o`, `y` и `t` сейчас активен (в то время как остальные каналы не активны).

Для временного канала `t` мы должны помимо специального действия 1 добавить ещё одно действие (в связи с тем, что для каждого канала должно быть хотя бы два значения в алфавите):

```
.mv t 2 1 none
```

После того, как мы запишем оба полуавтомата в формате AUT, первое, что мы должны сделать, – это синхронизировать каналы композируемых полуавтоматов:

```
chan_sync x|y|t|E x|i|o|y|t|E comp_timed.aut addition_part.aut \
  C.aut D.aut
```

Затем, согласно алгоритму построения параллельной композиции двух полуавтоматов [3, 4], мы должны расширить поведение полуавтомата левой компоненты на алфавиты каналов I и O:

```
expansion E3,E4 C.aut C_exp.aut
support x,y,t,i,o,E(5) C_exp.aut C_support.aut
```

Следующий шаг – построение пересечения двух полуавтоматов:

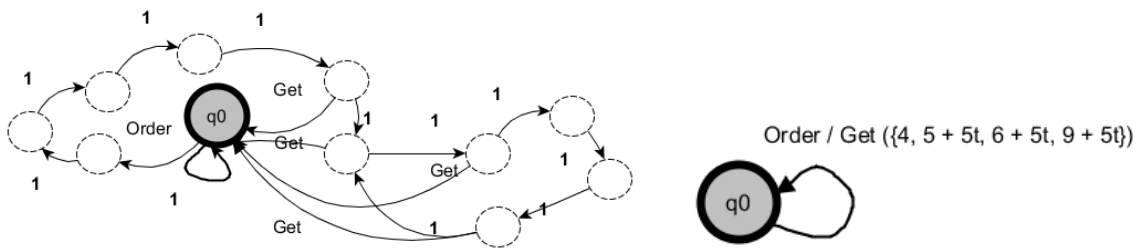
```
product D.aut C_support.aut product_cascade.aut
```

Теперь у нас построен полуавтомат, который описывает общее поведение левой и правой компонент (так называемый «глобальный полуавтомат»). Однако поведение такого полуавтомата не всегда соответствует ограничению «медленной внешней среды». Если данное ограничение не выполняется, то необходимо построить пересечение глобального полуавтомата с полуавтоматом, представляющим язык $(I(XT^*Y)^*T^*O)^*$. В нашем примере ограничение «медленной внешней среды» выполняется.

Следующий шаг – ограничить поведение полуавтомата на алфавиты внешних каналов и временного канала:

```
restriction E2,E3,E4 product_cascade.aut restriction_cascade.aut
support t,i,o,E(3) restriction_cascade.aut comp_cascade.aut
```

Итоговый полуавтомат для нашего примера представлен на рисунке 4a. Можно видеть, что на входной символ `Order` композиция может выдать выходной символ `Get` через 4 или $5 + 5t$, или $6 + 5t$, или $9 + 5t$ единиц времени, где t – произвольное неотрицательное целое число. Соответствующий временной конечный автомат представлен на рисунке 4b.



(a) (b)

Рис. 4: Полуавтомат, описывающий каскадную композицию (a), и соответствующий временной автомат (b)

Fig. 4. Automaton of the cascade parallel composition (a) and corresponding TFSM (b)

Заключение

В данной работе мы продолжили исследования, начатые нами в работе [11], и рассмотрели задачу построения каскадной параллельной композиции временных автоматов. Построение такой композиции можно свести к поэтапному построению бинарной параллельной композиции. Поскольку результатом бинарной параллельной композиции временных автоматов с константными задержками выходов может оказаться временной автомат, множество задержек выходных символов которого бесконечно и задано при помощи конечного множества линейных функций [7], в этой работе мы рассматриваем построение бинарной параллельной композиции таких автоматов, уточняя прежде всего определение данной модели. В качестве

инструмента для построения композиции мы выбрали BALM-II, который требует перехода к полуавтоматам. Предложенный в работе [7] способ построения по временному автомату с задержками выходов в виде множества линейных функций соответствующего полуавтомата требует последующей детерминизации полученного полуавтомата, поэтому мы предлагаем свою процедуру построения полуавтомата. В работе описано, каким образом построить композицию полученных полуавтоматов при помощи BALM-II. Также обсуждается процедура обратного преобразования от полуавтомата композиции к временному автомату, которая была введена нами в работе [11], с учётом нюансов, связанных с рассматриваемым типом временных автоматов. В дальнейшем мы планируем рассмотреть модель временного автомата, в которой помимо задержек выходов в виде констант и линейных функций присутствуют также переходы по таймаутам, и исследовать построение параллельной композиции для такой модели.

Список литературы / References

[1] Moore E. F., “Gedanken-experiments on Sequential Machines”, *Automata Studies, Annals of Mathematical Studies*, **34** (1956), 129–153.

[2] Gill A., *Introduction to the theory of finite-state machines*, McGraw-Hill, New-York, 1962, 207 pp.

[3] Yevtushenko N., Villa T., Brayton R., Petrenko A. and Sangiovanni-Vincentelli A., “Solution of parallel language equations for logic synthesis”, *The Proceedings of the International Conference on Computer-Aided Design*, 2001, 103–110.

[4] Castagnetti G., Piccolo M., Villa T., Yevtushenko N., Mishchenko A. and Brayton R. K., *Solving Parallel Equations with* BALM-II, Technical Report No UCB/EECS-2012-181, Electrical Engineering and Computer Sciences University of California at Berkeley, 2012, http://www.eecs.berkeley.edu/Pubs/TechRpts/2012/EECS-2012-181.pdf.

[5] Alur R. and Dill D. L., “A theory of timed automata”, *Theoretical computer science*, **126**:2 (1994), 183–235.

[6] El-Fakih K., Gromov M, Shabaldina N. and Yevtushenko N., “Distinguishing Experiments for Timed Non-Deterministic Finite State Machines”, *Acta Cybernetica*, **21**:2 (2013), 205–222.

[7] Kondratyeva O., Yevtushenko N. and Cavalli A., “Parallel composition of nondeterministic finite state machines with timeouts”, *Journal of Control and Computer Science of Tomsk State University*, **2**:27 (2014), 73–81.

[8] Kondratyeva O., Yevtushenko N. and Cavalli A., “Solving parallel equations for Finite State Machines with Timeouts”, *The Proceedings of ISP RAS*, **26**:6 (2014), 85–98.

[9] http://www.uppaal.com/.

[10] Zhigulin M., Yevtushenko N., Maag S. and Cavalli A. R., “FSM-based test derivation strategies for systems with timeouts.”, *Proceedings of the international conference QSIC*, 2011, 141–149..

[11] Gromov M. and Shabaldina N., “Using BALM-IIfor deriving parallel composition of timed finite state machines with outputs delays and timeouts: work-in-progress”, *System Informatics*, **8** (2016), 33–42.

[12] Springintveld J., Vaandrager F. and D’Argenio P. R., “Testing timed automata”, *Theoretical Computer Science*, **254**:1–2 (March 2001), 225–257.

Gromov M. .L, Shabaldina N. V., "Using BALM-II for Deriving Cascade Parallel Composition of Timed Finite State Machines", *Modeling and Analysis of Information Systems*, **23**:6 (2016), 715–728.

DOI: 10.18255/1818-1015-2016-6-715-728

Abstract. In this paper, we consider the problem of deriving a cascade parallel composition of timed finite state machines (TFSMs). In order to build such a composition we can derive the corresponding binary parallel compositions step-by-step. It is known that if each component of a binary parallel composition is TFSM with output delays that are natural numbers or zero, the result of the composition can be TFSM with output delays that are sets of linear functions. So, the problem of deriving a cascade composition of TFSMs with constant output delays is reduced to the problem of deriving several binary parallel compositions of TFSMs with output delays that are sets of constants or linear functions. In this work, we refine the definition of TFSM and pay special attention to the description of an output delay function. As a tool for deriving the composition we consider BALM-II, and in consequence we study the ways of constructing the corresponding automaton for TFSM with output delays as a set of linear functions. We suggest a new procedure for constructing such an automaton, and unlike the known procedure our procedure does not require further determinization of the derived automaton. Moreover, we describe step by step how to build the composition of the derived automaton by using BALM-II, and discuss a procedure of reverse transformation from the global automaton to TFSM in case when the components are TFSMs with output delays that are sets of linear functions. We use an application example in order to illustrate derivation of the cascade parallel composition of TFSMs.

Keywords: timed finite state machines, cascade parallel composition, BALM-II

About the authors:
Maxim L. Gromov, orcid.org/0000-0002-2990-8245, PhD,
Tomsk State University,
36 Lenin av., Tomsk 634050, Russia, e-mail: maxim.leo.gromov@gmail.com

Natalia V. Shabaldina, orcid.org/0000-0002-1958-550X, PhD,
Tomsk State University,
36 Lenin av., Tomsk 634050, Russia, e-mail: nataliamailbox@mail.ru

Acknowledgments:
This work is partially supported by the grant for the basic research № 16-49-03012 of Russian Scientific Fund.