Моделирование и анализ информационных систем. Т. 25, № 5 (2018), с. 525–533
Modeling and Analysis of Information Systems. Vol. 25, No 5 (2018), pp. 525–533

DOI: 10.18255/1818-1015-2018-5-525-533

УДК 517.9

О безопасности одно- и многоместных IFP-операторов

Дудаков С. М.

получена 10 сентября 2018

Аннотация. В работе изучается безопасность унарных операторов инфляционной неподвижной точки (IFP-операторов), то есть возможность их вычисления за конечное время. Такие операторы в точности соответствуют рекурсивным SQL-запросам, поэтому изучаемый вопрос имеет непосредственное отношение к базам данных. Исследуемая проблема возникает из-за того, что при одновременном применении в SQL запросе рекурсии и отношений универсума, например, сложения, может оказаться так, что процедура вычисления результата запроса зациклится. Более того, такая комбинация позволяет моделировать работу универсального вычислительного устройства, например, машины Тьюринга, поэтому вопрос о возможности вычисления SQL запроса за конечное время оказывается алгоритмически неразрешимым. В предыдущих работах были введены и изучены некоторые свойства универсумов, которые позволяют гарантировать возможность вычисления любых запросов за конечное время. Здесь мы изучаем вопрос о том, насколько существенна местность IFP-операторов в контексте их безопасности. Основным результатом настоящей работы является демонстрация того, что если ограничиться только унарными IFP-операторами, то не имеют места результаты, справедливые для IFP-операторов в общем случае без ограничения местности. Построен пример универсума, в котором все унарные IFP-операторы, не вложенные один в другой, безопасны. Вместе с тем в этом универсуме существуют небезопасные бинарные IFP-операторы, таким образом, при изменении местности безопасность может утрачиваться. Кроме того, существуют и небезопасные вложенные один в другой унарные операторы. Это контрастирует с общим случаем, в котором такое невозможно. Также существуют элементарно эквивалентные универсумы, в которых те же самые унарные IFP-операторы безопасными не являются. Такое поведение тоже отличается от поведения IFP-операторов произвольной местности.

Ключевые слова: инфляционная неподвижная точка, местность, безопасность

Для цитирования: Дудаков С. М., "О безопасности одно- и многоместных IFP-операторов", *Моделирование и анализ информационных систем*, **25**:5 (2018), 525–533.

Об авторах:
Дудаков Сергей Михайлович, orcid.org/0000-0003-2659-265X, доктор физ.-мат. наук, доцент,
Тверской государственный университет,
ул. Желябова, 33, г. Тверь, 170100 Россия, e-mail: sergeydudakov@yandex.ru

1. Введение

Традиция применения языков первого порядка для запросов к базам данных восходит к Кодду (см. [1]). Современные варианты языка SQL поддерживают как выразительные возможности языков первого порядка, так и некоторые расширения.

Например, рекурсивные запросы в точности соответствуют оператору инфляционной неподвижной точки (IFP-оператору, [5]). Также язык SQL позволяет применять в запросах функции и отношения универсума, из которого выбираются элементы базы данных. Таким образом, мы имеем конечную реляционную структуру (таблицы базы данных), вложенную в бесконечный универсум (см. [6]).

Одновременное использование IFP-операторов и отношений бесконечного универсума легко может привести к тому, что вычисление значения SQL-запроса зациклится. Легко можно показать, что даже обычной бесконечной функции следования (например, прибавления единицы для натуральных чисел) достаточно для моделирования любой машины Тьюринга с помощью IFP-операторов. Следовательно, зацикливание в таких случаях даже невозможно предсказать.

Возможность зацикливания принципиально отличает современный язык SQL от классической реляционной алгебры Кодда, в которой значение каждого запроса вычисляется за конечное число шагов. Последнее свойство мы будем называть *безопасностью*, а запросы, которые им обладают, — *безопасными*.

В работе [2] мы ввели класс универсумов, в которых любой запрос является безопасным, то есть зацикливание при их вычислении невозможно в принципе. Такие универсумы мы тоже называем *безопасными*.

В предыдущих наших исследованиях мы установили некоторые свойства, связанные с безопасностью универсумов. Например, в [4] найдены необходимые и достаточные условия безопасности универсума. Эти условия сводятся к некоторым свойствам первого порядка, следовательно, безопасными или небезопасными являются одновременно все элементарно эквивалентные универсумы. Поэтому можно говорить о безопасности даже не самих универсумов, а их элементарных теорий. В [3] безопасность произвольных вложенных IFP-операторов сведена к безопасности операторов, которые не вложены друг в друга, то есть применяются к формулам первого порядка.

Доказательства перечисленных в предыдущем абзаце утверждений включают в себя построение IFP-операторов произвольной местности. Однако на примере логики первого порядка хорошо известно, что многие алгоритмические свойства могут отличаться для унарного и многоместного случаев: скажем, логика унарных предикатов алгоритмически разрешима, а уже при наличии одного бинарного отношения теряет это свойство.

В настоящей работе мы исследуем некоторые свойства унарных IFP-операторов. Мы показываем, что многие свойства многоместных IFP-операторов на унарный случай не переносятся: безопасность унарных IFP-операторов без вложения не гарантирует безопасность ни вложенных унарных, ни бинарных IFP-операторов; существуют элементарно эквивалентные универсумы, в одном из которых все унарные IFP-операторы безопасны, а в другом — нет. Таким образом, местность IFP-операторов существенна при исследовании их свойств.

2. Определения

Мы рассматриваем расширение логики первого порядка (FO) с помощью оператора инфляционной неподвижной точки (IFP).

Определение 1 (см. [5]). *Формулы IFP-логики строятся как формулы первого порядка, а также с помощью* IFP-оператора*: если $\phi(\bar{x}, \bar{y})$ — формула в языке (сигнатуре) $\Sigma \cup \{Q^{(n)}\}$ со свободными переменными $\bar{x}$, $\bar{y}$, где Q — новый символ отношения, не входящий в Σ, то строка $\mathrm{IFP}_{Q(\bar{x})}(\phi)$ является формулой в языке Σ со свободными переменными $\bar{x}$, $\bar{y}$. Местность n символа отношения Q должна быть равна длине набора $\bar{x}$, она называется* местностью *IFP-оператора.*

Значения термов, атомных формул, булевых связок и кванторов определяются так же, как в FO-логике (см., например, [7]).

Определение 2 (см. [5]). *Пусть $\mathfrak{A}$ — алгебраическая система, $\phi(\bar{x}, \bar{y})$ — формула, семантика ϕ уже определена и ϕ содержит новый k-местный символ отношения Q. Пусть $\bar{a} \in \mathfrak{A}$ — это значения переменных $\bar{y}$. Тогда* значение формулы $\mathrm{IFP}_{Q(\bar{x})}(\phi)$ *определяется следующим способом. Рассмотрим последовательность множеств $Q_i \subseteq |\mathfrak{A}|^k$:*

$$Q_0^{\bar{a}} = \varnothing; \quad Q_{i+1}^{\bar{a}} = Q_i^{\bar{a}} \cup \{\bar{b} \in |\mathfrak{A}| : (\mathfrak{A}, Q_i^{\bar{a}}) \models \phi(\bar{b}, \bar{a})\},$$

для $i \in \omega$.

Допустим, $Q_n^{\bar{a}} = Q_{n+1}^{\bar{a}}$ для какого-то натурального n и $\bar{b}$ является значением переменных $\bar{x}$. Тогда формула $\mathrm{IFP}_{Q(\bar{x})}(\phi)(\bar{x}, \bar{a})$ истинна *при $\bar{b} \in Q_n^{\bar{a}}$ и* ложна *при $\bar{b} \notin Q_n^{\bar{a}}$. Если такого натурального n не существует, то значение формулы* $\mathrm{IFP}_{Q(\bar{x})}(\phi)$ *будем считать* неопределённым.

Если значение формулы $\mathrm{IFP}_{Q(\bar{x})}(\phi)(\bar{x}, \bar{a})$ *определено для всех $\bar{a} \in \mathfrak{A}$, то назовём оператор* $\mathrm{IFP}_{Q(\bar{x})}(\phi)$ безопасным *в $\mathfrak{A}$. Систему $\mathfrak{A}$ называем* безопасной*, если все IFP-операторы безопасны в $\mathfrak{A}$.*

Таким образом, мы считаем определёнными в точности те IFP-операторы, значение которых может быть вычислено за конечное число шагов.

Нетрудно видеть, что для каждого натурального i формула $Q_i^{\bar{a}}(\bar{x})$ эквивалентна следующей формуле $\psi_i(\bar{x}, \bar{a})$:

$$\psi_0 \equiv [\text{false}]; \quad \psi_{i+1} \equiv \left[\psi_i \vee (\phi)^{Q(\bar{t})}_{\psi_i(\bar{t}, \bar{a})}\right]. \tag{1}$$

Здесь формула $(\phi)^{Q(\bar{t})}_{\psi_i(\bar{t}, \bar{a})}$ получена из ϕ заменой каждой атомной подформулы вида $Q(\bar{t})$ на $\psi_i(\bar{t}, \bar{a})$.

3. Теория T и ее свойства

Рассмотрим сигнатуру, которая содержит два унарных функциональных символа: s и d. По смыслу это будут функции следования и предшествования соответственно. Точнее, теория задаётся следующими аксиомами:

$$(\forall x)(s(d(x)) = x \wedge d(s(x)) = x),$$

а также следующими двумя аксиомами для всех натуральных $n > 0$:

$$(\exists x) \underbrace{\left(s^n(x) = x \wedge \bigwedge_{0<i<n} s^i(x) \neq x\right)}_{\phi_n(x)};$$

$$(\forall x)(\forall y)\Big(\phi_n(x) \wedge \phi_n(y) \to \bigvee_{0 \le i < n} y = s^i(x)\Big).$$

С помощью $s^i(x)$ обозначен терм

$$\underbrace{s(s(\cdots s(}_{i \text{ раз}} x)\cdots)),$$

в частности $s^0(x) = x$. Из этих аксиом непосредственно вытекает, что каждая модель теории T для каждого натурального $n > 0$ содержит единственный «цикл» длины n, образованный функцией s в одном направлении и функцией d в противоположном. Для краткости будем называть этот цикл «n-циклом». Формула $\phi_n(x)$ говорит, что x принадлежит n-циклу. Следовательно, в теории T определимы одноместные предикаты R_n, означающие принадлежность n-циклам: $R_n(x) \equiv \phi_n(x)$.

Для удобства мы будем записывать $u+n$ и $u-n$ вместо $s^n(u)$ и $d^n(u)$ соответственно. Тогда будет справедливо следующее равенство: $(u+n)+m = u+(n+m)$ для любых целых n и m.

Теорема 1. *Теория T допускает элиминацию кванторов.*

Доказательство. Как обычно (см., например, [7]), можно ограничиться элиминацией одного квантора существования добавленного к элементарной конъюнкции, то есть из формулы вида $(\exists u)\theta$, где θ — элементарная конъюнкция.

Прежде всего, отметим, что отношения R_n определяются бескванторными формулами ϕ_n. Поэтому мы можем без ограничения общности выполнять элиминацию кванторов в сигнатуре, обогащённой символами R_n.

Нетрудно видеть, что равенство $u+k = t$ эквивалентно $u = t-k$, а формула $R_m(u+k)$ эквивалентна $R_m(u)$ для любых целых k и натуральных $m > 0$. Поэтому мы можем полагать, что все атомные формулы в θ имеют вид $u = u+n$, $u = t$ или $R_n(u)$, где t не содержит u.

Равенство $u = u+n$ эквивалентно дизъюнкции

$$\bigvee_{d|n} R_d(u),$$

в которой $d|n$ означает делимость. Следовательно, все равенства $u = u+n$ могут быть заменены дизъюнкцией формул вида $R_d(u)$.

Теперь мы можем считать, что формула $(\exists u)\theta$ имеет такой вид:

$$(\exists u)\theta \equiv (\exists u)\Big(\bigwedge_j R_{n_j}(u) \wedge \bigwedge_j \neg R_{m_j}(u) \wedge \bigwedge_k u = t_k \wedge \bigwedge_\ell u \neq r_\ell\Big), \tag{2}$$

где все термы t_k и r_ℓ не содержат u.

Если в конъюнкции (2) есть хоть одно равенство вида $u = t_k$, то квантор удаляется обычной заменой u на t_k: $(\exists u)\theta \equiv (\theta)^u_{t_k}$. Поэтому в дальнейшем мы рассматриваем только случай, когда в формуле (2) равенств $u = t_k$ нет.

Все формулы вида $R_{n_j}(u)$ для различных n_j попарно несовместны. Отсюда можно сделать вывод, что в (2) формула $R_n(u)$ должна быть единственной или вовсе отсутствовать. По той же причине, если в (2) присутствует $R_n(u)$, то из неё следуют все $\neg R_{m_j}(u)$ для $m_j \neq n$. Исходя из вышесказанного можно сделать вывод, что для формулы (2) имеет место один из трёх случаев:

1) формула (2) содержит одну формулу $R_n(u)$ и не содержит никаких $\neg R_{m_j}(u)$;

2) формула (2) не содержит $R_n(u)$, но содержит какие-то $\neg R_{m_j}(u)$;

3) формула (2) не содержит ни того, ни другого.

В случае 2 мы имеем формулу

$$(\exists u)\theta \equiv (\exists u)\Bigg(\bigwedge_j \neg R_{m_j}(u) \wedge \bigwedge_\ell u \neq r_\ell\Bigg). \tag{3}$$

Пусть значение каждого терма r_ℓ принадлежит соответствующему k_ℓ-циклу. Так как существуют n-циклы для всех положительных n, то мы можем выбрать n-цикл так, что $n \neq m_j$ и $n \neq k_\ell$ для всех j и ℓ. Поскольку каждое u из этого n-цикла удовлетворяет формулам $\neg R_{m_j}(u)$ и $u \neq r_\ell$, то формула (3) истинна.

Случай 3 рассматривается точно так же.

Рассмотрим теперь первый случай, когда формула имеет вид

$$(\exists u)\theta \equiv (\exists u)\Bigg(R_n(u) \wedge \bigwedge_\ell u \neq r_\ell\Bigg). \tag{4}$$

Добавим к (4) тождественно истинные дизъюнкции $(R_n(r_\ell) \vee \neg R_n(r_\ell))$ для всех ℓ, раскроем скобки и построим дизъюнктивную нормальную форму. В результате получим дизъюнкцию формул вида

$$(\exists u)\Bigg(R_n(u) \wedge \bigwedge_\ell u \neq r_\ell\Bigg) \wedge \bigwedge_\ell R_n^*(r_\ell),$$

в которых $R_n^*(r_\ell)$ означает $R_n(r_\ell)$ или $\neg R_n(r_\ell)$. Очевидно, что из $R_n(u)$ и $\neg R_n(r_\ell)$ автоматически следует $u \neq r_\ell$. Значит, мы можем исключить неравенство $u \neq r_\ell$ при наличии $\neg R_n(r_\ell)$. Поэтому получаем

$$(\exists u)\Bigg(R_n(u) \wedge \bigwedge_{\ell'} u \neq r_{\ell'}\Bigg) \wedge \bigwedge_{\ell'} R_n(r_{\ell'}) \wedge \bigwedge_{\ell''} \neg R_n(r_{\ell''}), \tag{5}$$

причём $\ell' \neq \ell''$ для всех ℓ' и ℓ''.

Если в формуле (5) отсутствуют неравенства, то она эквивалентна следующей бескванторной формуле:

$$\bigwedge_{\ell'} R_n(r_{\ell'}) \wedge \bigwedge_{\ell''} \neg R_n(r_{\ell''}),$$

так как $(\exists u)R_n(u)$ истинно.

В противоположном случае формула (5) содержит хотя бы одно неравенство: $u \neq r_1$. Тогда формула (5) истинна в том и только том случае, когда n-цикл содержит элементы, кроме $r_{\ell'}$, для всех ℓ'. Следовательно, (5) эквивалентно

$$\Bigg(\bigvee_{i=1}^{n-1} \bigwedge_{\ell'} \Big(R_n(r_{\ell'}) \wedge r_1 + i \neq r_{\ell'}\Big)\Bigg) \wedge \bigwedge_{\ell''} \neg R_n(r_{\ell''}). \tag{6}$$

При $n = 1$ пустая дизъюнкция, как обычно, считается ложной.

Итак, мы рассмотрели все возможные варианты формулы (2) и показали, как удалить квантор в каждом из них. Следовательно, теория T допускает элиминацию кванторов. $\square$

Так как сигнатура не содержит констант или пропозициональных символов, то сразу получаем

Следствие 1. *Теория T полна.*

Введём ещё одно техническое определение.

Пусть формула ϕ содержит атомные формулы вида $R_{n_u}(u)$ и $v = u + k_{u,v}$ для каких-то целых n_u и $k_{u,v}$, $\bar{y}$ — какой-то фиксированный набор свободных в ϕ переменных. Тогда *$\bar{y}$-вес формулы ϕ* (обозначаем его с помощью $w_{\bar{y}}(\phi)$) — это наибольшее из всех таких n_u и $k_{u,v}$, что ни u, ни v не содержатся в $\bar{y}$.

Следствие 2. *В доказательстве теоремы 1 имеет место $w_{\bar{y}}(\theta') \le 3w_{\bar{y}}(\theta)$, где θ' — это результат элиминации квантора из формулы $(\exists x)\theta$.*

Доказательство. Вес возрастает только при подстановке $(\theta)^u_{t_k}$, но не более чем в два раза, и при построении (6), но не более чем в три раза. □

Индукцией по количеству кванторов легко получаем

Следствие 3. *Если формула ψ имеет q кванторов, то эквивалентная ψ бескванторная формула ψ' имеет вес $w_{\bar{y}}(\psi') \le 3^q w_{\bar{y}}(\psi)$.*

4. IFP-операторы в моделях теории T

Атомная модель $\mathfrak{A}_0$ теории T содержит по одному n-циклу для каждого $n > 0$ и не содержит никаких других элементов.

Теорема 2. *Для каждой FO-формулы $\phi(x, \bar{y})$ (с новым унарным предикатом Q) унарный оператор $\mathrm{IFP}_{Q(x)}(\phi)$ безопасен в $\mathfrak{A}_0$.*

Доказательство. Допустим, что формула ϕ содержит q кванторов, и в наборе $\bar{a}$ значений $\bar{y}$ каждое a_j принадлежит соответствующему m_j-циклу. Выберем натуральное w такое, что $m_j \le w$ для всех j и $w_{\bar{y}}(\phi) \le w$.

Рассмотрим последовательность формул $\psi_i(x, \bar{y})$, определённую в (1). Индукцией по i докажем, что каждая формула $\psi_i(x, \bar{y})$ эквивалентна бескванторной формуле $\bar{y}$-веса не более $3^{2q}w$. Для $i = 1$ это непосредственно получается из теоремы 1 и следствия 3.

Предположим теперь, что формула $\psi_i(x, \bar{y})$ является булевой комбинацией атомных формул вида $R_m(x)$ и $x = y_j + k_j$, где $m \le 3^q w$. Когда мы выполняем подстановку формулы $\psi_i(u+\ell, \bar{y})$ вместо $Q(u+\ell)$ в формуле ϕ, мы получаем новые подформулы вида $R_m(u+\ell)$ и $u+\ell = y_j + k_j$, что эквивалентно $R_m(u)$ и $u = y_j + (k_j - \ell) = y_j + k'_j$ соответственно. Присутствие всех этих новых подформул не может увеличить вес формулы в процедуре элиминации квантора. В самом деле, мы не получим новых подформул типа $u = u + n$ и, следовательно, новых подформул типа $R_d(u)$, где u не входит в $\bar{y}$. Мы не можем увеличить $\bar{y}$-вес при подстановке $(\theta)^u_{y_j+k'_j}$ и при использовании термов $y_j + k'_j$ в (6). Следовательно, после элиминации квантора ψ_{i+1} имеет вес не более $3^{2q}w$.

Итак, каждая формула $\psi_i(x,\bar{y})$ является булевой комбинацией атомных формул вида $R_m(x)$ и $x = y_j + k_j$, где $m \leq 3^q w$. Поскольку $y_j + m_j = y_j$, то можно полагать, что $0 \leq k_j < m_j$ для всех j. Но всего существует ограниченно много попарно неэквивалентных формул такого вида. Следовательно, $\psi_i \equiv \psi_{i+1}$ для некоторого i и оператор $\mathrm{IFP}_{Q(x)}(\phi)$ безопасен. $\square$

Предыдущая теорема неверна для бинарных IFP-операторов.

Теорема 3. *Бинарный оператор*

$$\mathrm{IFP}_{Q(x,y)}(x = y \vee Q(x, d(y)))$$

небезопасен в $\mathfrak{A}_0$.

Доказательство. Множество Q_i содержит все пары вида $(a, a+i)$, $i = 0, \dots, i-1$. Если a принадлежит $n+1$-циклу, то $(a, a+i) \in Q_{i+1} \setminus Q_i$. Следовательно, последовательность множеств Q_i неограниченно возрастает при увеличении i, а IFP-оператор небезопасен. $\square$

Безопасными могут не быть и вложенные унарные IFP-операторы.

Теорема 4. *Существуют вложенные унарные IFP-операторы, внешний из которых небезопасен в* $\mathfrak{A}_0$.

Доказательство. Рассмотрим формулу $\psi(y,x)$:

$$\mathrm{IFP}_{Q(x)}(x = y \vee Q(d(x))).$$

Если значение y равно a, то Q_i^a будет содержать $a, a+1, \dots, a+(i-1)$. Если a принадлежит n-циклу, то $Q_n^a = Q_{n+1}^a$, поэтому $\psi(y,x)$ истинно тогда и только тогда, когда x и y принадлежат одному циклу.

Рассмотрим теперь формулу $\phi(y,z,x)$:

$$\begin{aligned}\mathrm{IFP}_{Q(x)}(x = y \vee x = z \vee Q(d(x)) \wedge& \\ \wedge (\exists x_1, x_2)(x_1 \neq x_2 \wedge \neg Q(x_1) \wedge Q(d(x_1)) &\wedge \neg Q(x_2) \wedge Q(d(x_2)))).\end{aligned}$$

Пусть a и b являются значениями переменных y и z соответственно. Тогда на первом шаге построения мы добавляем a и b к $Q_1^{a,b}$. Далее на каждом шаге к $Q_i^{a,b}$ добавляются по два элемента, следующих за уже имеющимися. Такой процесс завершится, когда один из двух следующих элементов уже будет содержаться в $Q_i^{a,b}$, иными словами, все элементы соответствующего цикла попали в $Q_i^{a,b}$. Следовательно, формула $\phi(y,z,x)$ означает, что для какого-то m все $y+i$ и $z+j$ попарно различны, $i,j = 0,\dots,m$, и $x = y+i$ или $x = z+j$ для каких-то $i,j = 0,\dots,m$. Если a и b принадлежат различным циклам, то предшественник a или b (в зависимости от того, какой из них длиннее) не попадёт в $Q^{a,b}$.

Таким образом, формула

$$\theta(y,z) \equiv \neg\psi(y,z) \wedge [y \neq z \wedge \phi(y,z,d(y))]$$

означает, что цикл, в котором лежит y, короче, чем тот, в котором лежит z. Поэтому мы имеем предпорядок θ, фактор-порядок которого будет изоморфен множеству натуральных чисел. Следовательно, следующая функция D будет функцией предшествования для циклов:

$$[D(z) = y] \equiv [\theta(y, z) \wedge \neg(\exists u)(\theta(y, u) \wedge \theta(u, z))].$$

Поэтому оператор $\mathrm{IFP}_{P(x)}(x = s(x) \vee P(D(x)))$ небезопасен. □

Теория T имеет неатомные модели $\mathfrak{B}$, которые, кроме циклов, содержат «линии» бесконечные в обе стороны. В таких моделях унарные IFP-операторы тоже могут оказаться небезопасными.

Теорема 5. *Унарный оператор* $\mathrm{IFP}_{Q(x)}(x = y \vee Q(d(x)))$ *небезопасен в любой неатомной модели* $\mathfrak{B}$ *теории* T.

Доказательство. Если значение a переменной y принадлежит бесконечной «линии», то Q_i^a содержит $a + j$ для $j = 0, \ldots, i - 1$. Следовательно, не существует натурального i такого, что $Q_i^a = Q_{i+1}^a$. □

5. Заключение

Мы показали, что свойства унарных IFP-операторов отличаются от свойств IFP-операторов произвольной местности: все невложенные унарные IFP-операторы могут быть безопасными, а вложенные и бинарные — нет, безопасность совокупности всех унарных невложенных операторов может быть различной в элементарно эквивалентных универсумах.

В связи с этим возникают следующие вопросы:

- Можно ли аналогичным образом построить пример универсума, в котором различались свойства безопасности бинарных и тернарных IFP-операторов?
- Можно ли построить полную теорию T, во всех моделях которой унарные невложенные IFP-операторы были бы безопасны, а бинарные — нет?

Список литературы / References

[1] Codd E. F., “Relational completeness of data base sublanguages”, *Database Systems*, ed. Rustin R., Prentice-Hall, 1972, 33–64.

[2] Дудаков С. М., “О безопасности рекурсивных запросов”, *Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика*, 2012, № 4, 71–80; [Dudakov S. M., “On safety of recursive queries”, *Vestnik TvGU. Ser.: Prikl. Matem. [Herald of Tver State University. Ser.: Appl. Math.]*, 2012, № 4, 71–80, (in Russian).]

[3] Дудаков С. М., “О безопасности IFP-операторов и рекурсивных запросов”, *Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика*, 2013, № 2, 5–13; [Dudakov S. M., “On safety of IFP-operators and recursive queries”, *Vestnik TvGU. Ser.: Prikl. Matem. [Herald of Tver State University. Ser.: Appl. Math.]*, 2013, № 2, 5–13, (in Russian).]

[4] Dudakov S. M., “On inflationary fix-point operators safety”, *Lobachevskii J. Math.*, **36**:4 (2015), 328–331.

[5] Gurevich Y., Shelah S., “Fixed-point extensions of first-order logic”, *Annals of Pure and Applied Logic*, **32** (1986), 265–280.

[6] Kanellakis P., Kuper G., Revesz P., “Constraint query languages”, *J. of Computer and System Sciences*, **51**:1 (1995), 26–52.

[7] Marker D., *Model theory: an introduction*, Springer-Verlag, New York, 2002.

Dudakov S. M., "On Safety of Unary and Non-unary IFP-operators", *Modeling and Analysis of Information Systems*, **25**:5 (2018), 525–533.

DOI: 10.18255/1818-1015-2018-5-525-533

Abstract. In this paper, we investigate the safety of unary inflationary fixed point operators (IFP-operators). The safety is a computability in finitely many steps. IFP-operators exactly correspond to recursive SQL-queries hence this problem has a value for database theory. The problem appears from the fact that if recursive queries contain universe functions and relations, then its execution can fall into an infinite loop. Moreover, universal computational devices (Turing machines et al.) can be modelled by such queries. Hence the problem of the finite computability for such queries is undecidable. In our previous works we established some properties of a universe which imply the finite computability of all IFP-operators in the universe. Here, we investigate a connection between an arity of IFP-operators and their safety. We prove that some results for general IFP-operators don't hold for unary ones. We construct a universe where all unary unnesed IFP-operators are safe. But in this universe there exist unsafe nested unary IFP-operators and unsafe unnested binary IFP-operators. This differs from general IFP-operators because in general case the safety of all unnesed IFP-operators implies the safety of all IFP-operators. Also there exist elementary equivalent universes where some unary unnesed IFP-operators become unsafe. For general IFP-operators it is also impossible.

Keywords: inflationary fixed point, arity, safety

On the authors:
Sergey M. Dudakov, orcid.org/0000-0003-2659-265X, Dr. of Science,
Tver State University,
33 Zhelyabova str., Tver 170100, Russia, e-mail: sergeydudakov@yandex.ru