

5814945
М44

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное агентство по образованию
Ярославский государственный университет
имени П.Г.Демидова
Ярославское региональное отделение РАЕН

МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ

Том 12 №1 2005

Основан в 1999 г.
Выходит 2 раза в год

*Свидетельство о регистрации №019209 от 16.08.99
Государственного Комитета Российской Федерации по печати*

Главный редактор
В.А.Соколов

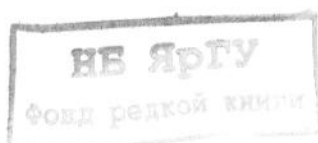
Редакционная коллегия
О.Л.Бандман, В.А.Бондаренко, М.Г.Дмитриев, А.В.Зафиевский,
Ю.Г.Карпов, С.А.Кащенко, Ю.С.Колесов, А.Ю.Левин,
И.А.Ломазова, В.В.Майоров, В.Э.Малышкин, В.А.Непомнящий

Ответственный секретарь
Е.А.Тимофеев

Адрес редакции: 150000, Ярославль, ул.Советская, 14
E-mail: mais@uniyar.ac.ru

Научные статьи в журнал принимаются на кафедре ТИ. Статья должна
содержать УДК, аннотацию и сопровождаться набором текста в редакторе
LaTeX.

©Ярославский
государственный
университет, 2005



ОРК

СОДЕРЖАНИЕ

Моделирование и анализ информационных систем. Т.12, №1. 2005

Устойчивость систем первого порядка при вибрационном воздействии <i>Пендюр А.Д.</i>	3
Критический случай в задаче об устойчивости систем с быстрым временем <i>Колесов Ю.С., Пендюр А.Д.</i>	5
Волны в клеточной сети из диффузионно связанных пороговых нейронов <i>Ануфриенко С.Е.</i>	7
Web-сервисы как частный случай реализации сервис-ориентированной архитектуры <i>Кашалкин Д.Ю., Лататюев А.Н.</i>	13
Спецификации Web-служб <i>Кашалкин Д.Ю., Лататюев А.Н.</i>	19
Кусочно-полиномиальные приближения и дифференцируемость в пространствах L_p ($0 < p < 1$) <i>Морозов А.Н.</i>	24
Модель частотно-пространственного распределения интермодуляционных помех <i>Виноградов К.Е., Кренев А.Н.</i>	28
Использование экспертных технологий в управлении инновационными процессами и экономической динамикой предприятия <i>Сорокина А.М., Майборода В.П.</i>	33
Нелинейная динамика одного дифференциального уравнения второго порядка с периодически возмущенным запаздыванием <i>Глызин С.Д., Кубышкин Е.П.</i>	39
Оптимизация выполнения workflow - процессов <i>Горбунов О.Е.</i>	45
О некоторых свойствах характеристического набора коэффициентов черно-белого цифрового изображения <i>Парфенов П.Г.</i>	52

Редактор, корректор А.А.Аладьева

Подписано в печать 17.05.2005. Формат 60x84¹/8. Печать офсетная.

Усл.печ.л. 6,5. Уч.-изд.л. 5,0. Тираж 100 экз.

Заказ 032/05

Отпечатано на ризографе. Ярославский государственный университет имени П.Г.Демидова, 150 000, Ярославль, ул.Советская, 14

Устойчивость систем первого порядка при вибрационном воздействии

Пендюр А.Д.

Ярославский государственный университет
150 000, Ярославль, Советская, 14

получена 14 февраля 2005

Аннотация

В работе рассматривается важный прикладной аспект повышения устойчивости при вибрационном воздействии.

Впервые на важный прикладной аспект проблемы повышения устойчивости при вибрационном воздействии обратили внимание П.Л. Капица [1] и В.Н. Челомей [2]. Математическими моделями рассматриваемых ими задач служили дифференциальные уравнения второго порядка. Ниже показывается, что данный феномен имеет место и в случае уравнений в R^n , $n \geq 2$.

Рассмотрим дифференциальное уравнение

$$\frac{dx}{dt} = Ax + \frac{1}{\varepsilon} B \left(\frac{t}{\varepsilon^2} \right) x, \quad 0 < \varepsilon \ll 1, \quad (1)$$

где ε - малый положительный параметр, элементы матрицы $B(\tau)$ - тригонометрические многочлены, причем среднее значение матрицы B равно нулю, то есть $M(B) = 0$.

В (1) перейдем к медленному времени $t = \varepsilon^2 \tau$:

$$\frac{dx}{d\tau} = \varepsilon^2 Ax + \varepsilon B(\tau)x. \quad (2)$$

Будем искать приближенное решение (2) в виде

$$W e^{\varepsilon^2 S \tau}, \quad W = I + \varepsilon W_1 + \varepsilon^2 W_2, \quad (3)$$

где W_1, W_2 - матрицы с тригонометрическими элементами, $S = A + M(BJB)$, JB - первообразная B . Подставим (3) в (2):

$$\frac{dW}{d\tau} + \varepsilon^2 WS = \varepsilon^2 AW + \varepsilon BW, \quad (4)$$

Приравнивая в (4) коэффициенты при ε , последовательно получаем

$$\frac{dW_1}{d\tau} = B, \quad W_1 = JB.$$

Второй шаг приводит к равенству

$$\frac{dW_2}{d\tau} + S = A + BJB = S + S_0, \quad (5)$$

где $S_0 = (BJB)_0$ - та часть BJB , которая имеет нулевое среднее. Из (5) следует, что $W_2 = JS_0$, а

$$S = A + M(BJB). \quad (6)$$

При помощи равенства $x = W\eta$ в (2) перейдем к переменной η . Из предыдущих построений следует, что

$$W \frac{d\eta}{d\tau} = \varepsilon^2 S\eta + \varepsilon^3 (AW_1 + BW_2)\eta + \varepsilon^4 AW_2\eta. \quad (7)$$

Теорема. Пусть спектр матрицы S находится в левой открытой комплексной полуплоскости. Тогда найдется такое $\varepsilon_0 > 0$, что при $0 < \varepsilon < \varepsilon_0$ решения уравнения (1) экспоненциально затухают.

Доказательство теоремы вытекает из структуры уравнения (7).

В качестве примера рассмотрим вопрос об устойчивости уравнения в пространстве R^2

$$\frac{dx}{d\tau} = \varepsilon^2 A_0 x + \varepsilon \sin \tau A x + \varepsilon \cos \tau B x, \quad (8)$$

где

$$A_0 = \begin{pmatrix} -\mu & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 0 & a \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ b & 0 \end{pmatrix},$$

а $0 < \lambda < \mu$, то есть при отсутствии вибрационного воздействия имеем экспоненциальную неустойчивость. Но согласно (6)

$$S = \begin{pmatrix} -\mu + \frac{ab-1}{2} & 0 \\ 0 & \lambda + \frac{1-ab}{2} \end{pmatrix}.$$

Из вида матрицы S ясно, что ее спектр лежит в левой полуплоскости в том и только в том случае, если выполняются следующие неравенства

$$\lambda < \frac{ab-1}{2} < \mu. \quad (9)$$

Тем самым при ограничениях (9) согласно теореме решения уравнения (8) экспоненциально затухают.

Список литературы

1. Капица П.Л. Динамическая устойчивость маятника при колеблющейся точке подвеса //ЖЭТФ. 1951. Т.21, вып.5. С. 588-598.
2. Челомей В.Н. О возможности повышения устойчивости систем при помощи вибраций //ДАН СССР. 1956. Т.110, № 3. С. 345-347.

УДК 517.9

Критический случай в задаче об устойчивости систем с быстрым временем

Колесов Ю.С., Пендюр А.Д.
Ярославский государственный университет
150 000, Ярославль, Советская, 14

получена 15 февраля 2005

Аннотация

При малом вибрационном воздействии рассматривается критический случай в задаче об устойчивости.

Из [1] следует, что исследованию подлежит уравнение в R^n , $n \geq 2$,

$$\frac{dx}{dt} = A_0 x + \varepsilon A_1(\tau)x + \varepsilon^2 A_2(\tau)x + \dots, \quad \tau = \frac{t}{\varepsilon^2}, \quad 0 < \varepsilon \ll 1, \quad (1)$$

в предположении, что часть спектра матрицы A_0 находится на мнимой оси, а остальные имеют отрицательные действительные части. Относительно матриц $A_1(\tau)$, $A_2(\tau)$... предполагаем, что их элементы – тригонометрические многочлены. Считаем, что матричный ряд, фигурирующий в (1), сходящийся.

При $\varepsilon = 0$ вместо уравнения (1) имеем уравнение

$$\frac{dx}{dt} = A_0 x, \quad (2)$$

критические переменные которых запишем в виде

$$V_0 e^{D_0 t}, \quad (3)$$

где V_0 – постоянная матрица – строка, а D_0 – квадратная матрица размерности $m \leq n$.

Алгоритм исследования устойчивости при $\varepsilon > 0$ в определенном смысле похож на предложенный в [2]. Именно, решения уравнения (1), связанные с критическими переменными, строим в виде

$$V(\tau, \varepsilon) e^{D(\varepsilon) t}, \quad (4)$$

где

$$V(\tau, \varepsilon) = V_0 + \varepsilon^3 V_1(\tau) + \varepsilon^4 V_2(\tau) + \dots, \quad (5)$$

$$D(\varepsilon) = D_0 + \varepsilon D_1 + \varepsilon^2 D_2 + \dots \quad (6)$$

Подчеркнем, что (5) и (6) отличаются от использованных в [1]: V_0 и D_0 устроены, вообще говоря, иначе.

Подставляя (4) в (1), получаем

$$\frac{d}{dt} (V e^{D t}) e^{-D t} = \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{dV}{d\tau} + V D = (A_0 + \varepsilon A_1(\tau) + \varepsilon^2 A_2(\tau) + \dots) V. \quad (7)$$

В (7) выделим и приравняем коэффициенты при ε , что приводит к равенству

$$\frac{dV_1}{d\tau} + V_0 D_1 = A_1(\tau) V_0, \quad (8)$$

из условий, разрешимости которого в классе тригонометрических матриц-строк определяются элементы матрицы D_1 .

Результат выделения и приравнивания коэффициентов при ε^2 приводит к равенству

$$\frac{dV_2}{d\tau} + V_0 D_2 = A_2(\tau) V_0, \quad (9)$$

которое позволяет построить $V_2(\tau)$ и D_2 .

С описанным алгоритмом свяжем уравнение

$$\frac{d\eta}{dt} = (D_0 + \varepsilon D_1 + \dots + \varepsilon^k D_k) \eta. \quad (10)$$

Следуя [2], примем следующее определение. Назовем уравнение (10) сильно устойчивым (неустойчивым), если гурвицевость (наличие собственного числа с положительной действительной частью) матрицы

$$D_0 + \varepsilon D_1 + \dots + \varepsilon^k D_k$$

сохраняется при любых возмущениях порядка ε^{k+1} .

Теорема. Пусть уравнение (10) сильно устойчиво (неустойчиво). Тогда найдется такое $\varepsilon_0 > 0$, что при $0 < \varepsilon < \varepsilon_0$ решения уравнения (1) экспоненциально затухают (есть экспоненциально растущие решения).

В качестве примера рассмотрим уравнение

$$\frac{dx}{d\tau} = \varepsilon^2 A_0 x + \varepsilon \sin \tau A x + \varepsilon \cos \tau B x, \quad (11)$$

где

$$A_0 = \begin{pmatrix} -\mu & 0 \\ 0 & \frac{ab-1}{2} \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 0 & a \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ b & 0 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

а $\mu > \frac{ab-1}{2} > 0$. Из (11) и [1] следует, что в рассматриваемом случае с точностью до $O(\varepsilon^2)$ уравнение (11) преобразуется к виду

$$\frac{dy}{dt} = S y + \varepsilon W(\tau) y, \quad (13)$$

где

$$S = \begin{pmatrix} -\mu + \frac{ab-1}{2} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad W = -W_1 S + \sin \tau A W_1 + \cos \tau B W_2, \quad (14)$$

$$W_1 = \begin{pmatrix} 0 & -\sin \tau \\ -b \sin \tau & 0 \end{pmatrix}, \quad W_2 = -\frac{b}{2} \sin \tau \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (15)$$

Из (13) вытекает, что в рассматриваемом случае

$$V_0 = e_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad D_0 = 0. \quad (16)$$

Равенство (8) в силу (14) и (15) приводит к равенству

$$D_1 = M((W(\tau)e_2, e_2)) = -\frac{1}{2}. \quad (17)$$

Из (16), (17) и (10) следует, что в данном случае свойства устойчивости уравнения (11) связаны со скалярным уравнением

$$\frac{d\eta}{dt} = -\frac{\varepsilon}{2} \eta.$$

Список литературы

1. Пендюров А.Д. Устойчивость систем первого порядка при вибрационном воздействии // Модел. и анализ информ. систем. 2005. Т.12, №1. С. 3-4.
2. Колесов Ю.С., Майоров В.В. Новый метод исследования устойчивости решений линейных дифференциальных уравнений с близкими к постоянным почти периодическими коэффициентами // Дифференциальные уравнения. 1974. Т.10, №10. С.1778-1788.

Волны в клеточной сети из диффузионно связанных пороговых нейронов

Ануфриенко С.Е.

Ярославский государственный университет

150 000, Ярославль, Советская, 14

получена 15 января 2005

Аннотация

В работе рассматриваются колебания в клеточной нейронной сети из диффузионно связанных пороговых нейронов. Описан периодический режим, получивший название генератор центробежных волн. Изучается взаимодействие двух генераторов центробежных волн.

Введение

Исследованию различных нейронных сетей, динамика которых описывается системой дифференциальных уравнений с запаздыванием, посвящено много работ, например [1] — [2]. Элементами сетей чаще служат нейроны-автогенераторы, которые могут самопроизвольно генерировать высокоамплитудные импульсы (спайки). В настоящей статье продолжается начатое в [3] исследование клеточной нейронной сети из диффузионно связанных пороговых нейронов. В статье подробно описаны несколько волновых режимов, изучены условия их существования. Модель порогового нейрона предложена в статьях [4] — [5]. Динамика мембранного потенциала порогового нейрона описана в [6].

Волны в сети из пороговых нейронов

Рассмотрим на плоскости гексагональную решетку. Ячейки решетки представляют собой правильные шестиугольники. В узлах решетки разместим нейроны. Каждый внутренний узел связан с тремя другими. Введем двухиндексную нумерацию. Через $Z_{i,j}$ обозначим множество узлов, связанных с узлом (i, j) . Система уравнений, описывающая динамику сети, имеет вид:

$$\dot{u}_{i,j} = \lambda[-1 - f_{Na}(u_{i,j}) + f_K(u_{i,j}(t-1))]u_{i,j} + \varepsilon + e^{-\lambda\sigma} \sum_{(k,m) \in Z_{i,j}} (u_{k,m} - u_{i,j}). \quad (1)$$

Параметр $\lambda \gg 1$ отражает высокую скорость протекания электрических процессов, параметр $0 < \varepsilon \ll 1$ учитывает токи утечки, проходящие через мембраны нейронов. Положительные достаточно гладкие функции $f_{Na}(u)$ и $f_K(u)$ монотонно убывают к нулю при $u \rightarrow \infty$ быстрее, чем $1/u$. Они описывают состояние натриевых и калиевых каналов. Введем параметры:

$$\begin{aligned} \alpha &= 1 + f_{Na}(0) - f_K(0) > 0, \\ \alpha_1 &= f_K(0) - 1 > 1, \\ \alpha_2 &= f_{Na}(0) + 1 > \alpha_1. \end{aligned}$$

Параметр $0 < \sigma < \alpha_1$ имеет следующий смысл: множитель $e^{-\lambda\sigma}$ подавляет слабые сигналы. Число $f_K(0) - f_{Na}(1) - 1 > 0$ характеризует пороговое значение: начало спайка нейрона, расположенного в узле (i, j) , условно свяжем с моментом времени t_s , таким что $u_{i,j}(t_s) = 1$, $u_{i,j}(t) < 1$ при $t_s - 1 < t < t_s$.

Зададим начальные условия. Выделим на решетке узел (i_0, j_0) . Начальное условие для нейрона, расположенного в этом узле, имеет вид:

$$u_{i_0, j_0}(s) = \varphi(s), \quad s \in [-1, 0], \quad \varphi(s) \in S. \quad (2)$$

Это значит, что в момент времени $t = 0$ у нейрона, расположенного в этом узле, начинается спайк. Класс S состоит из непрерывных на отрезке $s \in [-1, 0]$ функций $\varphi(s)$, удовлетворяющих условиям: $\varphi(0) = 1$ и $0 \leq \varphi(s) \leq \max(e^{\lambda\alpha s/2}, 1/\lambda)$. Для всех остальных нейронов считаем, что

$$u_{i,j}(s) = u_* \approx \frac{\varepsilon}{\lambda\alpha}, \quad s \in [-1, 0]. \quad (3)$$

Кроме этого для нейрона, расположенного в узле $(i_0 + 1, j_0 + 1)$, добавим условие:

$$u_{i_0+1, j_0+1}(t) = u_*, \quad t \in [0, 1 + \alpha_1]. \quad (4)$$

Это значит, что по каким-либо причинам нейрон, расположенный в узле $(i_0 + 1, j_0 + 1)$, окажется невосприимчивым к внешнему воздействию во время спайка нейрона (i_0, j_0) . Пусть также выполнено условие:

$$\sigma > \frac{\alpha_1(\alpha_1 + 2)}{5}. \quad (5)$$

В [3] доказано следующее утверждение: рассмотрим клеточную нейронную сеть, динамика которой описывается системой (1). Пусть выполнено условие (5), начальные условия имеют вид (2) – (4), тогда все узлы решетки можно разбить на шесть попарно не пересекающихся множеств G_l ($l = 1, \dots, 6$), при этом по сети будет распространяться волна нейронной активности, которая характеризуется следующими свойствами:

- нейроны одного множества генерируют спайки почти одновременно;
 - вслед за нейронами множества G_l спайки генерируют нейроны из G_{l+1} (для множества G_6 следующим является множество G_1);
 - временные рассогласования между спайками нейронов соседних множеств близки к τ ;
 - промежутки времени между последовательными спайками нейронов одного множества близки к 6τ .
- Описанный периодический режим получил название генератор центробежных волн.

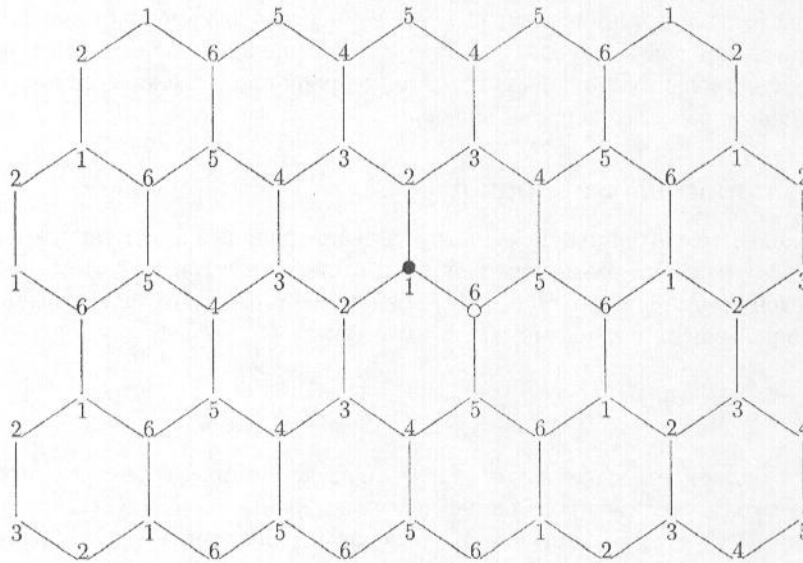


Рис. 1

На рисунке 1 изображена схема нейронной сети, по которой распространяется волна описанной структуры. Цифра в каждом узле решетки соответствует номеру множества G_l , которому принадлежит данный нейрон. Нейрон с номером (i_0, j_0) обозначен черным кружком, нейрон с номером $(i_0 + 1, j_0 + 1)$ – светлым.

Из проведенных рассуждений видно, что генератором центробежных волн служит пара нейронов: первый (назовем его главным) генерирует спайк в некоторый момент времени, второй — это один из его соседей, который не реагирует на воздействие со стороны главного нейрона (назовем его заторможенным). Рассмотрим пример, когда на плоскости присутствуют два генератора центробежных волн. Начальные условия для главных нейронов имеют вид:

$$u_{i_{01}, j_{01}}(s) = \varphi_{01}(s), \quad s \in [-1, 0], \quad \varphi_{01}(s) \in S,$$

$$u_{i_{02}, j_{02}}(s) = \varphi_{02}(s), \quad s \in [-1, 0], \quad \varphi_{02}(s) \in S.$$

Для всех остальных

$$u_{i,j}(s) = u_*, \quad s \in [-1, 0].$$

При $t = 0$ начинаются спайки главных нейронов. Здесь возможны различные случаи.

Случай первый: для каждой пары нейронов, порождающих центробежные волны, волна от своего главного нейрона доходит до заторможенного не позднее, чем от чужого. При этом условии существует незатухающий периодический режим, при котором вся нейронная сеть делится на две части. Каждая часть содержит один генератор центробежных волн, и в ней распространяются волны нейронной активности, порожденные "своим" генератором. Волны гаснут, достигнув края сети или границы между этими частями.

На рисунке 2 изображена схема описанного периодического режима. На ней главные нейроны отмечены маленькими черными кружками, заторможенные — светлыми. Большими черными кружками выделены нейроны, до которых волны, порожденные разными генераторами, доходят одновременно. Через эти нейроны проходит граница между частями, на которые разбивается нейронная сеть. Цифра в каждом из узлов ячеек соответствует номеру множества G_i (эти множества введены в теореме 2.2), которому принадлежит данный нейрон.

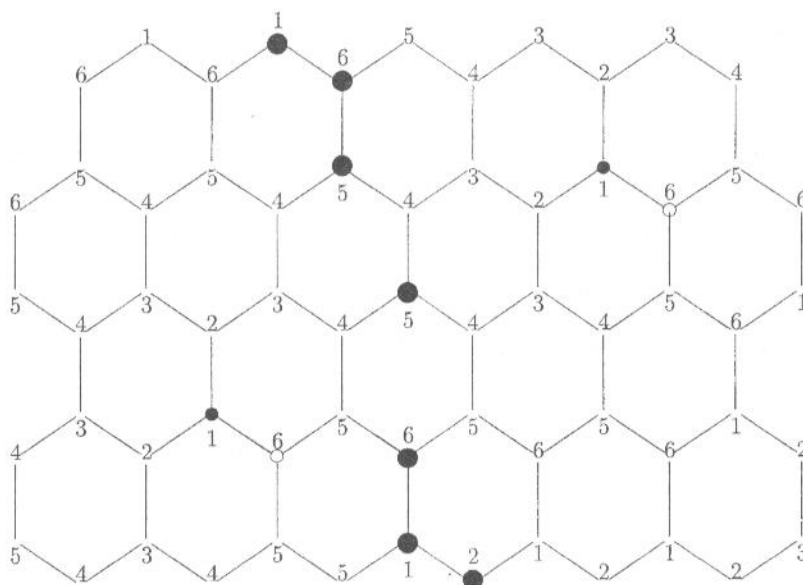


Рис. 2

Случай второй: для одного из заторможенных нейронов волна от чужого главного нейрона доходит раньше, чем от своего (генератор, которому принадлежит этот заторможенный нейрон, назовем зависимым). В этом случае спайк заторможенного нейрона зависимого генератора начнется в то время, когда главный нейрон этого же генератора еще не вышел из рефрактерного состояния. Следовательно, главный нейрон зависимого генератора центробежных волн не сможет сгенерировать спайк в ответ на сигнал от своего заторможенного нейрона. В результате зависимый генератор породит только одну волну, после чего будет поглощен другим генератором.

На рисунке 3 показана первичная волна, порожденная двумя генераторами центробежных волн, один из которых является зависимым (главный нейрон зависимого генератора заключен в светлый круг большего радиуса). Здесь по-прежнему главные нейроны отмечены черным кружком, заторможенные — светлым. Большими черными кружками отмечены ребра сети, через которые проходит граница между зонами влияния генераторов. При этом заторможенный нейрон зависимого генератора попадает в зону влияния другого генератора. Цифры в узлах решетки имеют тот же смысл, что и раньше. Поскольку зависимый генератор центробежных волн будет поглощен другим, вторичная и последующие волны будут иметь структуру, изображенную на рисунке 1.

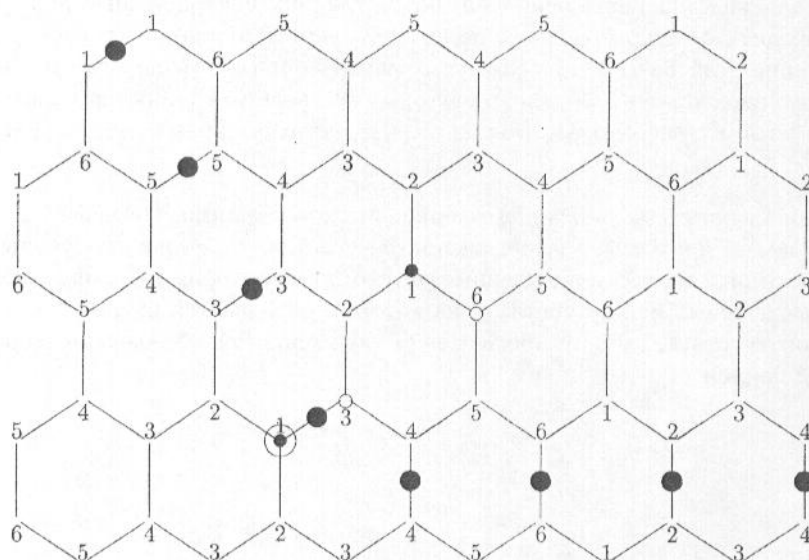


Рис. 3

Случай третий: До каждого заторможенного нейрона волна от чужого главного нейрона доходит раньше, чем от своего. Здесь возможны три варианта динамики сети:

- 1) оба заторможенных нейрона не реагируют на воздействие чужого главного нейрона,
- 2) оба заторможенных нейрона генерируют спайки,
- 3) один из заторможенных нейронов генерирует спайк, а другой нет.

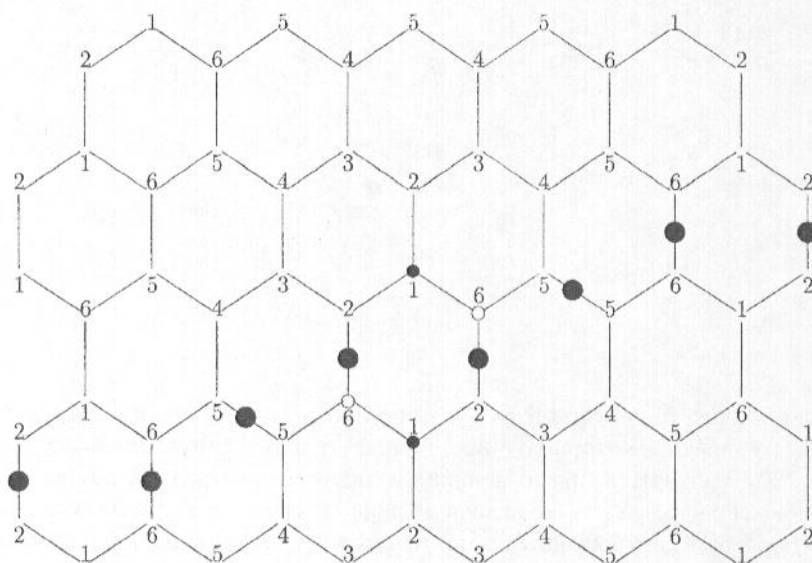


Рис. 4

При последнем варианте развития событий один из генераторов поглощается другим. Этот случай нами разобран (см. случай 2). В первом варианте в сети существует незатухающий периодический режим, при котором оба генератора порождают волны нейронной активности, как и в случае 1. Схема такого режима приведена на рис. 4 (смысл всех обозначений сохранен).

В случае, когда оба заторможенных нейрона генерируют спайки в ответ на воздействие чужих главных нейронов, сами главные нейроны к моменту начала этих спайков еще не выйдут из рефрактерного состояния и, как следствие, не среагируют на них. В результате по сети пройдет только одна волна, при этом оба заторможенных нейрона попадут в зону влияния чужих генераторов центробежных волн. После

этого мембранный потенциал всех нейронов будет близок к u_* (u_* — положение равновесия в уравнении, описывающем динамику порогового нейрона). Схема первичной волны для этого случая приведена на рисунке 5 (все обозначения сохранены).

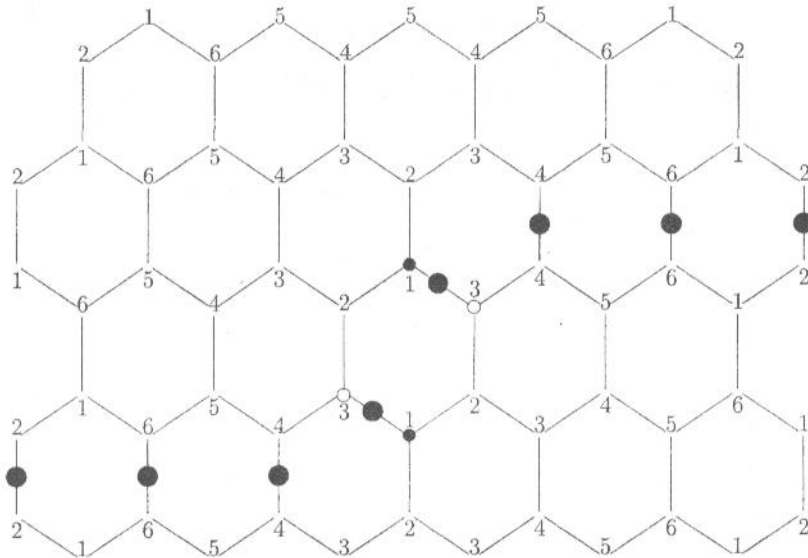


Рис. 5

Исследование динамики нейронной сети, содержащей три или более генераторов центробежных волн, приводит к рассмотрению большого количества случаев и подслучаев. Приведем еще один пример, когда в сети существует незатухающий периодический режим. Рассмотрим ломаную линию, вершинами которой являются узлы нейронной сети, а число звеньевратно 4. При этом никакие три последовательных звена не принадлежат одной ячейке. Занумеруем вершины в естественном порядке, начиная с 0. Последняя вершина будет иметь номер $4n$, где $n \geq 2$ — натуральное число. Зададим начальные условия. Для нейронов, являющихся вершинами ломаной линии с номерами $4k$ ($k = 0, \dots, n$), начальные условия имеют вид:

$$u_{i_{0_4 k}, j_{0_4 k}}(s) = \varphi_{0_4 k}(s), \quad s \in [-1, 0], \quad \varphi_{0_4 k}(s) \in S.$$

Эти нейроны назовем главными. Их спайки начинаются при $t = 0$. Для всех остальных

$$u_{i,j}(s) = u_*, \quad s \in [-1, 0].$$

При этом будем считать, что нейроны, являющиеся вершинами ломаной с номерами $8k + 1$ и $8k + 3$ ($k = 0, \dots, [n/2] - 1$), не реагируют на воздействие со стороны главных нейронов (назовем их заторможенными). Здесь $[*]$ обозначает целую часть числа. Тогда в сети существует незатухающий периодический режим, схема каждой волны которого изображена на рисунке 6.

На рисунке 6 ломаная линия, о которой идет речь выше, выделена жирно. Все остальные обозначения сохранены. Каждая волна представляет собой два фронта, разбегающиеся от ломаной.

Если интерпретировать пространственное распределение спайков элементов сети как образ, то сеть может как угодно долго хранить информацию, представленную в волновом виде.

В заключение отметим, что приведенные примеры не описывают всего многообразия возможных периодических режимов.

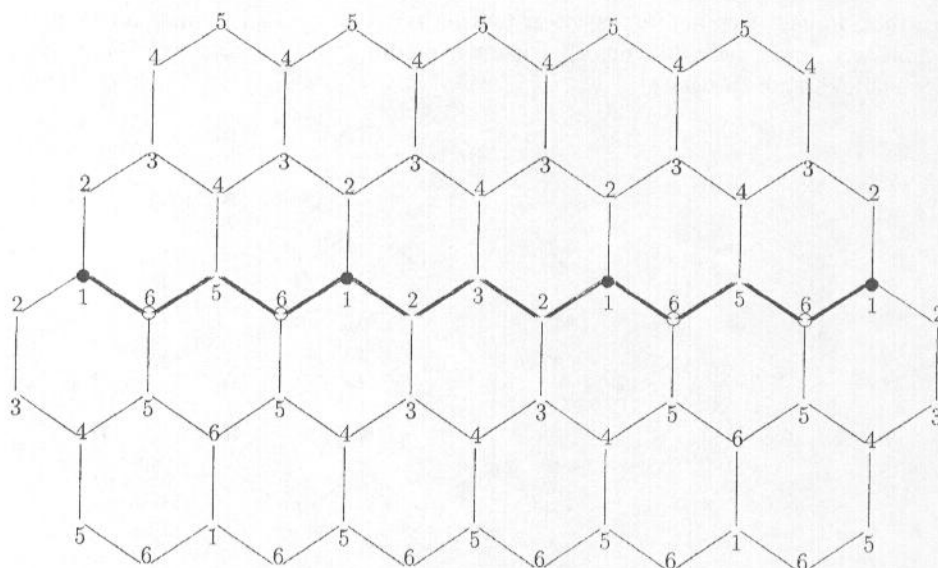


Рис. 6

Список литературы

1. Кащенко С.А., Майоров В.В., Мышкин И.Ю. Исследование колебаний в кольцевых нейронных системах // Доклады РАН. 1993. Т. 333. №5. С. 594–597.
2. Кащенко С.А., Майоров В.В., Мячин М.Л. Колебания в системах уравнений с запаздыванием и разностной диффузией, моделирующих локальные нейронные сети // Доклады РАН. 1995. Т. 344. №3. С. 1274–1279.
3. Ануфриенко С.Е. Колебания в сети из пороговых нейронов // Математическое моделирование. 2004. Т. 11. №2. С. 3–7.
4. Майоров В.В., Мышкин И.Ю. Математическое моделирование нейронной сети на основе уравнений с запаздыванием // Математическое моделирование. 1990. Т. 2. №11. С. 64–76.
5. Кащенко С.А., Майоров В.В. Исследование дифференциально-разностных уравнений, моделирующих импульсную активность нейрона // Математическое моделирование. 1993. Т. 5. №12. С. 13 - 25.
6. Ануфриенко С.Е., Майоров В.В., Мышкин И.Ю., Громов С.А. Исследование системы уравнений с запаздыванием, моделирующей сальтаторное проведение возбуждения // Математическое моделирование. 2004. Т. 11. №1. С. 3–7.

Web-сервисы как частный случай реализации сервис-ориентированной архитектуры

Кашалкин Д.Ю., Лататув А.Н.
Ярославский государственный университет
150 000, Ярославль, Советская, 14

получена 23 марта 2005

Аннотация

В данной статье описан принципиально новый подход к решению проблемы интеграции приложений - построение архитектуры Web-сервисов на базе сервис-ориентированной архитектуры. Приводится описание принципов, лежащих в основе построения сервис-ориентированной архитектуры, рассматриваются базовые модели Web-сервисов и перспективы дальнейшего развития технологий межсистемного взаимодействия в рамках распределенных прикладных систем.

Концепция проектирования программного обеспечения как службы, независимой от пользовательского интерфейса, была частью взгляда на разработку программного обеспечения на протяжении почти десятилетия. Основная цель подобного подхода - переход на новый уровень внутрикорпоративного и межкупоративного взаимодействия, который невозможен без принципиально нового решения одной из главных проблем - интеграции. Фактически основные барьеры на пути решения проблемы интеграции сводятся к следующим:

1. **Аппаратная и языковая зависимость систем.**
2. **Непрозрачность данных** – отсутствие общего прозрачного формата для данных и их представления. Различия в формате представления данных увеличивают затраты на любой интегрированный проект.
3. **Несоответствие требованиям парадигм.** Наиболее общая парадигма программирования – это создание системы, ориентированной на требования для осуществления бизнес-задачи. Как правило, эта система имеет пользовательский интерфейс, бизнес-логику и данные. До недавнего времени концепция построения системы не включала в себя идею того, что другой системе может потребоваться осуществить доступ к бизнес-логике или данным этой системы. В такой системе добавление веб-интерфейса, или адаптирование к мобильному телефону, или интегрирование в систему обмена сообщениями требует больших изменений в структуре приложения, даже если бизнес-логика может остаться неизменной.
4. **Избыточность программных компонентов и сложность их многократного использования.**

В силу вышеуказанных проблем отдельные, “точечные” решения по интеграции (в условиях динамичности ИТ-среды, ее нацеленности на решение бизнес-задач, необходимости быстрых изменений в ответ на изменение этих задач) настолько усложняют и саму инфраструктуру, и процесс управления ею, что становятся абсолютно неприемлемыми.

Решение интеграционных проблем на практике привело к пониманию того, что бизнес-логика приложения не обязательно связана с логикой представления, она может быть полностью отдельной и предлагаться в виде службы с определенным API (Application Program Interface) – так возникла идея **сервисно-ориентированной архитектуры** (service-oriented architecture, SOA) (Рис. 1).

Формальное определение сервис-ориентированной архитектуры было сформулировано специалистами корпорации IBM [3]: “SOA — это прикладная архитектура, в которой все функции определены как независимые сервисы с вызываемыми интерфейсами. Обращение к этим сервисам в определенной последовательности позволяет реализовать тот или иной бизнес-процесс”. Отсюда следуют несколько выводов [4]:

1. SOA — это компонентная модель, в которой разные функциональные единицы приложений, называемые **сервисами**, взаимодействуют по сети посредством интерфейсов. В качестве сервиса может выступать как целое приложение, так и отдельные его функциональные модули — хотя строго технически сервис — абстрактное понятие, ресурс (характеризуемый абстрактным набором функций), а реализует его так называемый **агент** (часть программного или аппаратного обеспечения). Сервисами могут быть прикладные функции, реализующие определенную бизнес-логику, бизнес-транзакции, состоящие из нескольких функций более низкого уровня, и системные функции, отражающие специфику различных операционных платформ.
2. Все сервисы независимы друг от друга. Они выполняют определенные действия по запросам, полученным от других сервисов, и возвращают результаты. Все детали этого полностью скрыты.
3. В интерфейсе сервиса определены параметры и описан результат. Иными словами, интерфейс определяет суть сервиса, а не технологию его реализации.

Интерфейсы — ключевые элементы SOA. Они должны быть нейтральными к специфике реализации сервиса, который определяется аппаратной платформой, операционной системой, языком программирования. Подобный нейтралитет обеспечивает универсальность взаимодействия сервисов в разнородной среде, а сервисы, интегрированные посредством таких интерфейсов, являются **слабо связанными** (loose coupling). Слабая связанность обеспечивает простую и быструю адаптацию системы в целом к изменениям в структуре и принципах реализации сервисов. Таким образом, для SOA характерна гибкость, способность реагировать на изменения в бизнес-процессах динамично и без сложных трансформаций на интеграционном уровне [1].

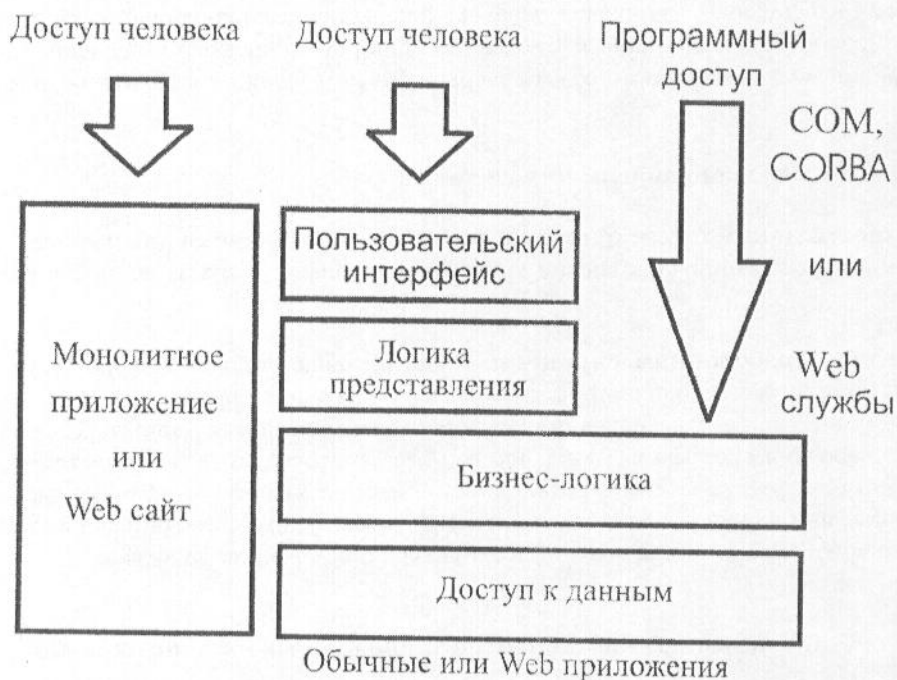


Рис. 1. Развитие информационных систем

В настоящее время примером сервис-ориентированной архитектуры является архитектура **Web-сервисов**. Основное назначение Web-служб — обеспечение совместного доступа к распределенным компонентам. Технологии Web-сервисов — это набор основанных на XML спецификаций, обеспечивающих универсальный метод технического описания сервисов и взаимодействия с ними [2]. Сами сервисы, реализованные в соответствии с этими спецификациями, называют Web-сервисами (присутствие Web в этом термине объясняется использованием HTTP в качестве протокола транспорта сообщений между сервисом и его потребителем).

Выделяют различные аспекты архитектуры Web-служб — так называемые модели, взаимосвязи между которыми показаны на рисунке 2 (направление стрелки означает, что модель частично включает в себя другую модель — например, Модель Ориентированная На Сервисы частично включает в себя модель Ориентированную На Сообщения, так как сервисы взаимодействуют посредством сообщений)[4].



Рис. 2. Взаимосвязи между моделями Web-сервисов

Модель Ориентированная на Сообщения сфокусирована на сообщениях, их структурах, транспортном механизме для их передачи и т.д. **Сообщение** – основная единица данных, посылаемая от одного агента Web-службы к другому. Структура сообщения определяется в описании сервиса и, как правило, состоит из конверта, заключающего в себе необязательные заголовки, и тела сообщения. Схематично данная модель представлена на рисунке 3.



Рис. 3. Модель Ориентированная На Сообщения

Модель Ориентированная На Сервисы основана на описании связей между агентом и сервисами, которые он предоставляет или запрашивает (Рис. 4). Модель ориентирована на различные аспекты сервиса: детали интерфейса (различные типы сообщений, которые служба получает и отправляет), привязка к транспорту, семантика, **оркестровка** (определяет последовательность и условия, при которых один Web-сервис вызывает другие для реализации определенной функции; оркестровка основывается на открытых стандартах для создания бизнес-процессов, включая BPEL4WS, WSCI и BPML), **хореография** (определяет условия и последовательность обмена сообщениями нескольких независимых взаимодействующих агентов для выполнения какой-либо задачи; ассоциируется с публичным обменом сообщениями между множеством Web-сервисов, а не с одним бизнес-процессом, осуществляемым на одном предприятии) и т.д.

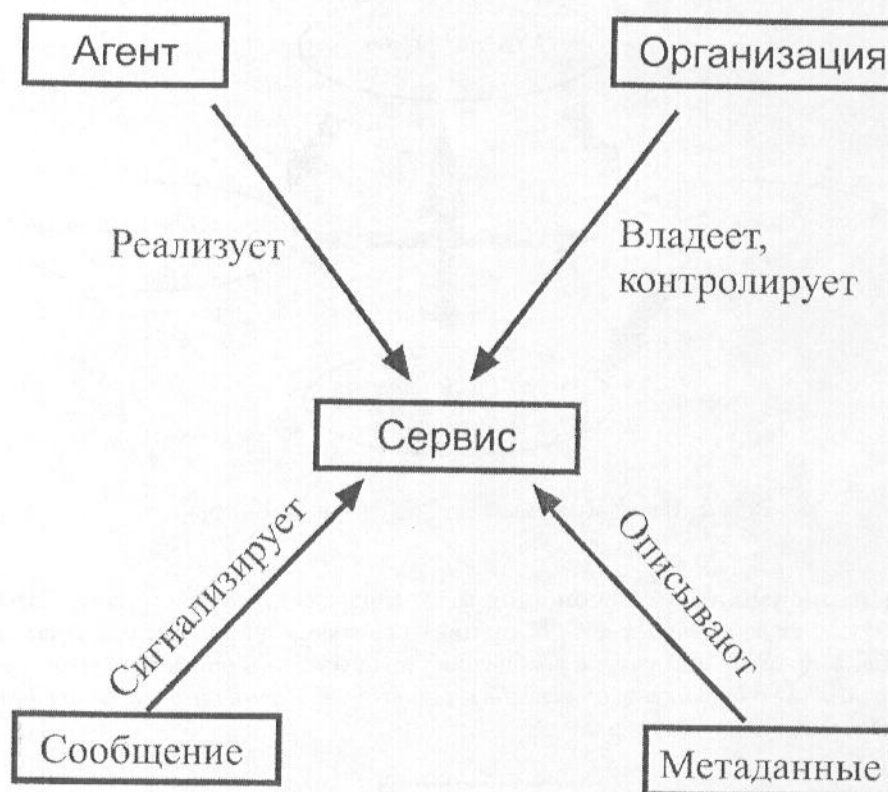


Рис. 4. Модель Ориентированная На Сервисы

Модель Ориентированная На Ресурсы фокусируется на существующих ресурсах. **Ресурс** в трактовке данной работы может быть определен как нечто, имеющее имя, представление и находящееся в чьем-то владении. Последнее наиболее важно, так как право собственности на ресурс означает, что существуют определенные ограничения, накладываемые на ресурс его владельцем. А так как Web-служба – определенный вид ресурса, то с этими ограничениями напрямую связано управление Web-службами, безопасность доступа к ним и т.д. (Рис. 5).

Модель Политик направлена на ограничения, накладываемые на поведение агентов и сервисов. Именно с ней связаны такие понятия, как безопасность, качество сервиса и т.д. (Рис. 6).

Подводя итог всему вышесказанному, можно сказать, что появление концепции сервисно-ориентированной архитектуры (service-oriented architecture, SOA) стало закономерным шагом на пути поиска решения одной из самых насущных и сложных проблем ИТ-индустрии – проблемы интеграции приложений.

SOA – это не набор Web-сервисов, а средство достижения гибкости ИТ-инфраструктуры. Ключевое преимущество здесь – возможность переориентации имеющейся конфигурации на решение новых задач бизнеса. Традиционная статическая инфраструктура не позволяет работать в быстро меняющихся условиях, например, один из конфликтов, который сегодня постоянно приходится разрешать предприятиям – быстрое реагирование на требования обеспечения безопасности, которому, однако, препятствует сопротивляющаяся изменениям ИТ-инфраструктура.

Среди основных преимуществ SOA выделяют модульность, позволяющую строить гибкие и актуальные решения для бизнеса, а также возможность повторного использования программ – лучших “строительных блоков”, из которых по запросу можно строить необходимые бизнесу приложения, способные работать в новом контексте.

SOA нельзя отождествлять с Web-сервисами, которые представляют собой совокупность технологий и стандартов. Однако именно появление Web-сервисов сделало SOA реальностью. Основанный на XML язык описания Web-сервисов WSDL и использование XML для обмена сообщениями между сервисами обеспечивают тот универсальный механизм взаимодействия разнородных компонентов, без которого невозможно реализовать SOA. Web-сервисы дополняют SOA как теория и практика построения распределенных архитектур с децентрализованным механизмом принятия решений.

В основном SOA и Web-службы наиболее подходят для случаев:

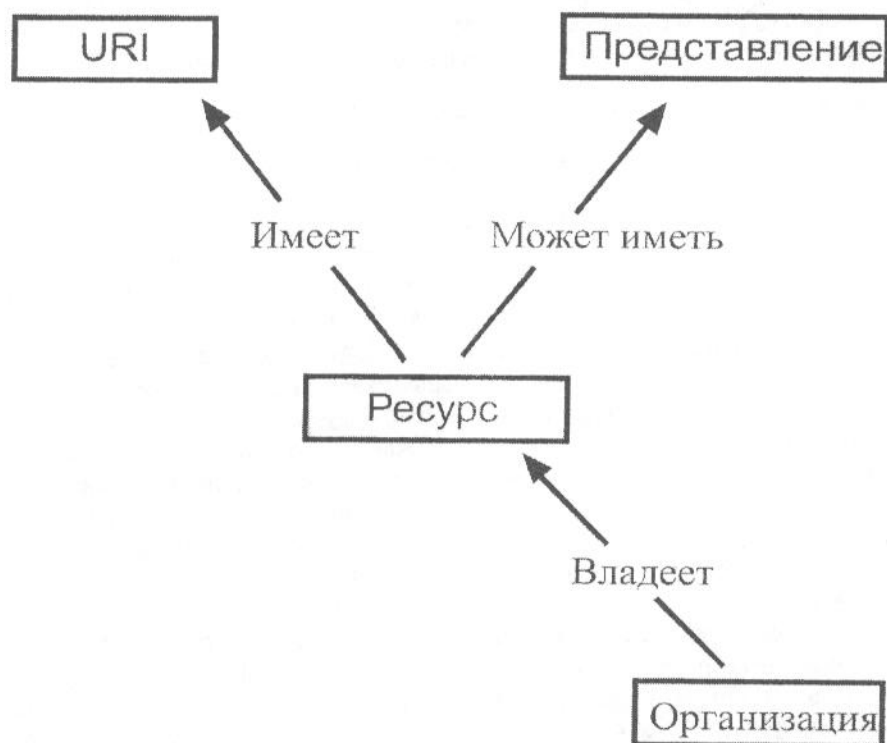


Рис. 5. Модель Ориентированная На Ресурсы

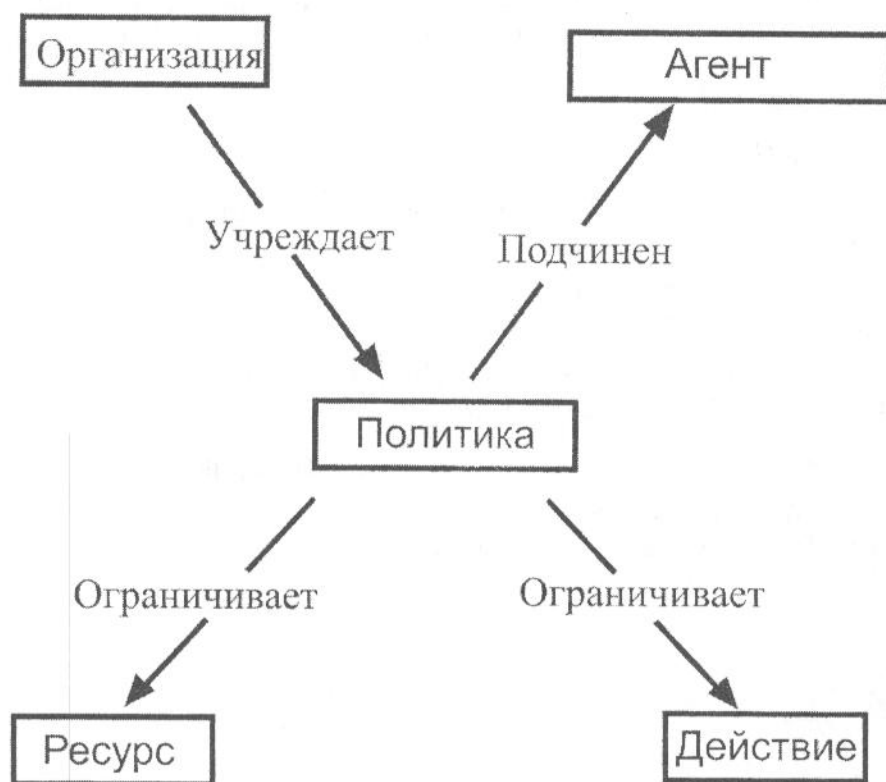


Рис. 6. Модель Политик

- Когда приложения должны взаимодействовать через Интернет, где надежность и скорость не могут быть гарантированы. Таким образом, сразу стоит ограничить область применения Web-служб только слабосвязанными системами, обменивающимися информацией, не критичной к задержкам.
- Когда компоненты распределенной системы работают на различных платформах.
- Когда потребители и провайдеры изменяются мгновенно.

По мнению многих специалистов, в ближайшие два-три года большинство производителей будет использовать технологию Web-сервисов в качестве расширения существующих платформ, приложений и инструментария, а также как основу для создания новых решений. Мало того, игроки ИТ-рынка будут вынуждены перестроить в соответствии с SOA свои продукты с целью оптимизации использования уже имеющихся корпоративных приложений. К 2006 году более 60% корпораций, по данным Gartner, будут рассматривать SOA как основу для построения и выполнения своих критичных бизнес-приложений. К этому же сроку более 75% крупных и средних предприятий будут иметь инструментарий SOA. Когда Web-сервисы станут повсеместным явлением, появится возможность создания гетерогенных систем, решающих бизнес-задачи путем налаживания взаимодействия между различными приложениями и технологиями. В ближайшее время, по мнению аналитиков, должен произойти переход от ИТ-инфраструктур, образованных сообществом серверов приложений, к адаптивным "фабрикам" по производству сервисов, динамично реагирующих на изменение нагрузки и условий ведения бизнеса [4].

Можно предположить, что дальнейшие этапы развития архитектуры Web-сервисов будут сосредоточены вокруг модернизации основных спецификаций, которые входят в состав Web-служб сегодня, а также вокруг создания комплексных программных средств, максимально упрощающих создание Web-служб на практике. Так же уже в настоящее время рассматриваются сервис - ориентированные архитектуры в разрезе принципиально новой сети - Семантической (Semantic Web). До сих пор Web была ориентирована на работу человека, но Web следующего поколения, которую называют Semantic Web, рассчитана на машинную обработку информации. В связи с этим необходимы стандарты не только для синтаксической формы документов, но и для их семантического наполнения. Уже сейчас значительными среди предпринятых консорциумом W3C инициатив в этой области, стали языки XML, RDF(S), DAML которые поддерживают семантическую совместимость и так называемый **онтологический** подход к описанию данных. Semantic Web открывает новые колоссальные возможности межсистемного взаимодействия в рамках распределенных прикладных систем.

Список литературы

1. Ложечкин А.В. Необходимость Web-служб //Открытые системы. 2001. № 11
<http://osp.admin.tomsk.ru/os/2001/11/index.htm>.
2. Бочков И. Подводные камни Web-служб //Открытые системы. 2001. № 11
<http://osp.admin.tomsk.ru/os/2002/11/index.htm>.
3. Черняк Л. SOA – шаг за горизонт //Открытые системы. 2003. № 09
<http://osp.admin.tomsk.ru/os/2003/09/index.htm>.
4. Дубова Н. SOA: подходы к реализации //Открытые системы. 2004. № 06
5. W3C Working Group "Web Services Architecture"
<http://www.w3.org/TR/2004/NOTE-ws-arch-20040211/>.

Спецификации Web-служб

Капалкин Д.Ю., Лататуев А.Н.
Ярославский государственный университет
150 000, Ярославль, Советская, 14

получена 23 марта 2005

Аннотация

В статье рассмотрен один из подходов к решению проблем межсистемного взаимодействия и интеграции приложений - технология Web-служб. Показаны основные блоки Web-сервисов, технологии, реализующие функциональность каждого блока и их взаимодействие на практике. Помимо этого, описаны технологии, используемые при оркестрации, хореографии и управлении Web-службам, применяемые в основном для создания сложных (высокоуровневых) бизнес-процессов.

Web-службы — новый способ общения информационных систем, позволяющий взаимодействовать приложениям, построенным на различных платформах, содержащих в себе непохожие и даже целиком различные технологии и стандарты. Технологии Web-сервисов — это набор основанных на XML спецификаций, обеспечивающих универсальный метод технического описания сервисов и взаимодействия с ними.

Особенность технологии Web-служб состоит в том, что она предполагает интеграцию данных путем обмена XML-сообщениями при помощи протокола SOAP (Simple Object Access Protocol). При этом интерфейсы определяются с помощью языка WSDL (Web Services Description Language), а UDDI (Universal Description, Discovery and Integration) предоставляет службу динамического каталога для компонентов, предоставляющих свои услуги, и для компонентов, которые эти услуги используют.

На практике при разработке Web-служб выделяют следующие функциональные блоки (Рис. 1) [1]:

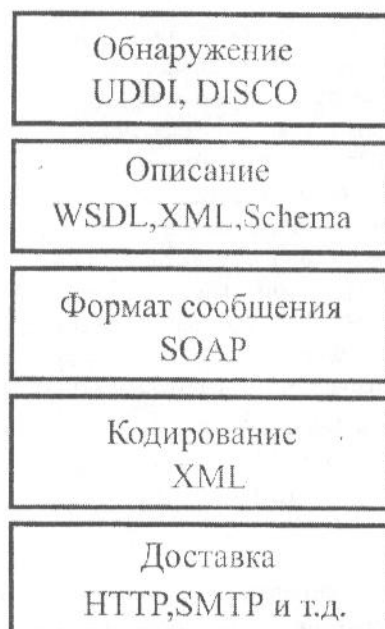


Рис. 1. Функциональные блоки Web-сервисов

Рассмотрим их более подробно:

1. **Механизм передачи (доставка).** Стандартным протоколом для Web-служб является **Hypertext Transfer Protocol (HTTP)**, его шифрованный вариант **HTTP/S**, а также **SMTP**. HTTP – синхронный протокол, определяющий шаблон обмена сообщениями типа запрос/ответ. SMTP – маршрутизируемый асинхронный протокол обмена сообщениями. Можно указать следующие преимущества этих протоколов по сравнению с прочими:

- Приложения, основанные на HTTP, не зависят от состояния соединения (от его непрерывности) между клиентом и сервером. Например, в случае, когда сервер, обрабатывающий исходный запрос клиента, становится недоступным, последующие запросы могут перенаправляться на другой сервер без участия клиента.
- HTTP-трафик может беспрепятственно проходить через межсетевые экраны, при том, что весь остальной трафик и другие порты, открытые для межсистемного взаимодействия, блокируются.

Среди недостатков следует отметить следующие:

- При использовании HTTP в качестве транспорта для вызова удаленных компонентов трафик перестает быть столь же безопасным, как гипертекст и картинки, так как содержит поток управляющих команд. В результате межсетевому экрану приходится не просто отсекаать запрос на определенный порт, а фильтровать текстовый, а затем и XML-трафик, предварительно его разобрав. Производительность межсетевых экранов падает, и, как следствие, еще больше растут накладные расходы.

2. **Схема кодирования.** Протоколы HTTP и SMTP обеспечивают способ пересылки данных между клиентом и сервером, но ни один из них не определяет как данные должны кодироваться внутри тела сообщения. Для того чтобы служба действительно была нейтральной и независимой от платформы, необходимо нейтральное представление данных, которыми обмениваются клиент и служба. Поэтому необходимым компонентом Web-служб является **Extensible Markup Language (XML)**. XML проектировался как метаязык, который позволил бы как людям, так и компьютерам читать и использовать данные, описанные XML документом. Он предоставляет средства для создания тегов, заключения дополнительной информации внутри тегов и предоставляет механизм проверки документов (Document Type Definition – DTD и XML Schema). Основные его преимущества:

- Независимый от платформы способ представления данных.
- Текст-ориентированная схема кодирования (некоторые транспортные протоколы могут содержать только текстовые сообщения, например, SMTP).

3. **Способ упаковки сообщений.** HTTP предоставляет гибкий механизм для заголовочных данных, но некоторые дополнительные метаданные (транспортная информация и т.д.), ассоциированные с сообщением, могут быть не связаны с транспортным протоколом (например, в случае передачи сообщения разными транспортными протоколами нецелесообразно помещать маршрутную информацию в HTTP заголовок, так как возникает необходимость ее трансляции при передаче другим транспортным протоколом). Необходимо связать метаданные с сообщением. Средства для увязывания заголовочной информации с телом сообщения независимо от протокола, а также стандартный способ форматирования сообщений предоставляет протокол **SOAP (Simple Object Access Protocol)**. Вместо того, чтобы вводить новый транспортный протокол, SOAP работает с уже существующими, такими как HTTP, SMTP. Каждое SOAP – сообщение представляет собой некий конверт, имеющий тело (содержит основную часть сообщения) и заголовок (содержит метаданные, ассоциированные с сообщением). На рис. 2 показана структура конверта SOAP [2].

SOAP первоначально был создан в Microsoft, а позже доработан совместно с компаниями IBM, Lotus и UserLand. Протокол SOAP на базе XML предназначен для передачи сообщений и удаленных вызовов процедур (remote procedure call, RPC).

Преимущества протокола:

- Независимость от языка программирования – не определяет никакого API, поэтому реализация API остается за языком программирования (например, Java).
- Отсутствие привязки к определенному транспортному протоколу – SOAP – сообщение является XML – документом, поэтому может быть передано через любой протокол, который может пересылать текст.
- Использование существующих промышленных стандартов – XML и XML Schema.
- Возможность межплатформенного взаимодействия.

4. **Механизм описания сервиса.** SOAP предлагает базовые средства коммуникации, не сообщая о том, какими сообщениями следует обмениваться, чтобы с успехом взаимодействовать со службой. Эту роль выполняет язык описания Web-сервисов (**Web Services Description Language** –



Рис. 2. Структура SOAP конверта

WSDL), формат XML, разработанный компаниями IBM и Microsoft для описания Web-служб как набора узлов взаимодействия (конечных точек) и сообщений, передаваемых между ними.

Полное описание службы средствами WSDL содержит два блока информации: описание службы на уровне приложений, или абстрактный интерфейс, и зависящие от протокола специфические детали, которые должны учитывать пользователи, обращаясь к службе в определенных узлах.

5. **Механизм поиска службы** – общий способ публикации Web-сервисов предоставляет **UDDI** (Universal Description, Discovery and Integration). Это промышленный стандарт централизованного реестра, который используется для рекламирования и поиска Web-сервисов. Для аналогичных целей используется и **DISCO** – XML-документ особого формата, определенного Microsoft, позволяющий находить службы, доступные на данном сервере. Схема поиска службы представлена на рисунке 3 [2]:



Рис. 3. Схема поиска Web-службы с использованием UDDI реестра

На практике взаимодействие функциональных блоков может выглядеть следующим образом (рис. 4) [4]:

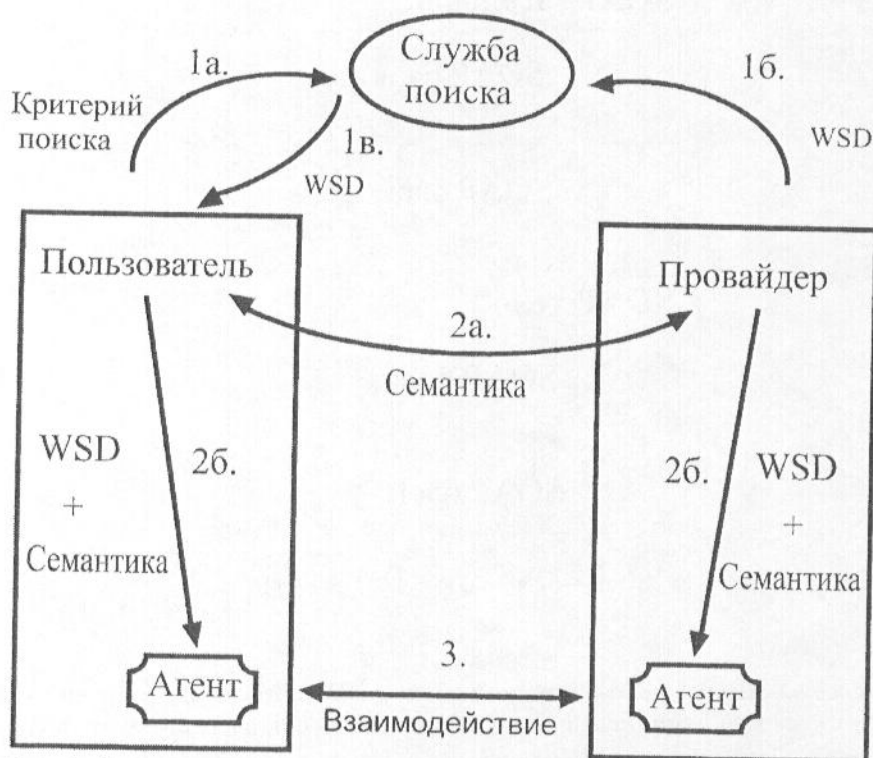


Рис. 4. Схема взаимодействия пользователя и поставщика Web-службы

1. Провайдер сервиса и пользователь узнают друг о друге. Возможны два случая:

- Обычно инициатором взаимодействия является агент запрашивающей стороны. В этом случае агент пользователя должен получить адрес агента провайдера либо непосредственно от провайдера, либо через службу поиска (1а, 1б, 1в).
- Возможен вариант, когда агент провайдера является инициатором обмена. В этом случае агент провайдера получает адрес запрашивающего агента.

2. Пользователь и провайдер договариваются об описании (WSDL документ) и семантике сервиса (2а). При этом необязательно непосредственное взаимодействие провайдера сервиса и запрашивающей стороны. Предполагается, что обе стороны имеют одно и то же представление об описании сервиса и его семантике и придерживаются его. Возможны следующие варианты:

- Непосредственное взаимодействие обеих сторон для согласования описания сервиса и его семантики.
- Провайдер может опубликовать описание и семантику, которые пользователь обязан принять при условии использования данной службы.
- Описание сервиса и семантика могут быть определены как некий стандарт в индустрии или организации, которого придерживаются поставщики и потребители сервисов.
- Семантика и описание службы могут быть определены и опубликованы потребителем сервиса и предложены провайдерам. В этом случае соглашение будет достигнуто в случае принятия провайдером условий потребителя службы.

Описание и семантика сервиса реализуются в агентах провайдера и потребителя (2б).

3. Агенты провайдера и потребителя обмениваются SOAP сообщениями (3). При этом происходит преобразование параметров вызова из внутреннего представления в памяти компьютера (агент потребителя) во внешнее XML-представление. Как правило, это преобразование происходит по следующему сценарию.

- В памяти строится модель XML-документа.
- Внутреннее представление преобразуется из объектного представления в памяти в текстовый формат, пригодный для передачи по сети. Этот процесс называется **сериализация** - процедура, создающая в памяти большое количество объектов.
Обратный процесс преобразования XML-документа во внутреннее представление протекает следующим образом.
- Выполняется разбор XML-документа - чтение потока символов (текста) и преобразование его в древовидную или иную структуру в памяти.
- Проводится структурная проверка сообщения на предмет соблюдения форматов передаваемых данных, описанных посредством DTD или XML Schema.
- Строится внутренняя модель документа в некой унифицированной форме, например, в виде объектной модели Document Object Model.
- Данные из XML-модели преобразуются во внутреннюю структуру объектов, специфичную для каждого приложения (агент провайдера).

Очевидно, что помимо вышеперечисленных спецификаций при разработке Web – служб могут быть использованы и другие вспомогательные технологии. Их список постепенно обновляется по мере развития технологии Web-сервисов. В качестве примера можно привести технологии, применяемые при объединении Web-сервисов для создания высокоуровневых бизнес-процессов (то есть относящиеся к оркестровке и хореографии сервисов):

- язык **BPEL4WS (BPEL)**, позволяющий моделировать поведение Web-сервисов при взаимодействии бизнес-процессов;
- язык описания интерфейсов **Web Services Choreography Interface (WSCI)**, который представляет собой расширение языка WSDL и предназначен для организации совместной работы;
- **BPML** - язык описания бизнес-процессов на основе XML [3].

Еще одним примером служат технологии, связанные с управлением Web-сервисами. Организации нуждаются в сквозной инфраструктуре управления приложениями, системами и сетями, которая придаст гибкость управлению бизнес-процессами с привлечением Web-сервисов, в том числе управлению отдельными шагами процесса. Потребность в таком управлении растет по мере агрегирования и связывания Web-сервисов, образующих все более сложные бизнес-процессы. Компания Hewlett-Packard представила на рассмотрение консорциуму OASIS свою открытую многофункциональную платформу управления Web-сервисами **Web Services Management Framework**.

Таким образом, технологии, связанные с Web-службами, развиваются стремительными темпами, однако скорее всего рассмотренные базовые технологии создания сервисов останутся неизменными еще долгое время.

Список литературы

1. Шорт С. Разработка XML Web-сервисов средствами Microsoft.NET. СПб., 2003. 480 с.
2. Бекет Г. Java основы Web-служб. М., 2004. 463 с.
3. Пельц К. Оркестровка и хореография Web-сервисов//Открытые системы. 2004. № 9.
4. W3C Working Group "Web Services Architecture" <http://www.w3.org/TR/2004/NOTE-ws-arch-20040211/>.

УДК 517.5

Кусочно-полиномиальные приближения и дифференцируемость в пространствах L_p ($0 < p < 1$)

Морозов А.Н.

Ярославский государственный университет
150000, Ярославль, Советская, 14

получена 3 февраля 2005

Аннотация

В статье обсуждаются пространства функций одной переменной, аналогичные пространствам Соболева, но с показателями меньшими единицы. Рассматриваются свойства функций из этих пространств, связанные с кусочно-полиномиальными приближениями.

1. Основные обозначения

Пусть $L_p[I]$ обозначает пространство действительных функций, интегрируемых в степени p по Лебегу на замкнутом слева полуинтервале I (равносильно интервале или отрезке), с $0 < p < \infty$. При всех таких p для удобства полагаем

$$\|f\|_{L_p[I]} = \left(\int_I |f(t)|^p dt \right)^{\frac{1}{p}}.$$

Когда неясность возникнуть не может, сокращаем обозначение до $\|f\|_p$.

$$L_\infty[I] = \left\{ f : \operatorname{ess\,sup}_{x \in I} |f(x)| < \infty \right\}, \quad \|f\|_{L_p[I]} = \operatorname{ess\,sup}_{x \in I} |f(x)|.$$

Также используются пространства ($k \in \mathbb{N}$, $p \geq 1$)

$$W_p^k[I] = \left\{ f : f^{(k-1)} \text{ абсолютно непрерывна на отрезке } I, f^{(k)} \in L_p[I] \right\}.$$

Определим для $f \in L_p[I]$

$$E_k(f; I)_p = \inf \{ \|f - \pi_k\|_{L_p[I]} : \pi_k \in P_k \}$$

- наилучшее приближение алгебраическими многочленами степени не выше $k-1$ (порядка k) в $L_p[I]$.

Пусть $a = t_0 < t_1 < \dots < t_m = b$, $m \in \mathbb{N}$. Набор полуинтервалов $\{[t_{j-1}, t_j)\}_{j=1}^m$ назовем разбиением полуинтервала $I = [a, b)$. Через u_m будем обозначать разбиение полуинтервала I на m равных по длине полуинтервалов.

Обозначим

$$U_m^k(f; I)_p = \left(\sum_{J \in u_m} E_k(f; J)_p^p \right)^{\frac{1}{p}}$$

- наилучшее приближение кусочно-полиномиальными функциями степени не выше $k-1$, подчиненными равномерному разбиению u_m полуинтервала I , т.е. на каждом полуинтервале J из u_m приближающая функция - многочлен порядка k . Пусть $|I|$ далее обозначает длину полуинтервала I .

В статьях [1]-[2], кроме прочего, показано, что для $f \in W_p^k[I]$ выполняется:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} m^k U_m^k(f, I)_p = c_{k,p} |I|^k \|f^{(k)}\|_{L_p[I]},$$

где $c_{k,p} = E_k\left(\frac{t^k}{k!}, [0, 1]\right)_p$.

В статье [3] - что если $f \in W_1^k[I]$, то при всех $0 < p < 1$

$$\lim_{m \rightarrow \infty} m^k U_m^k(f, I)_p = c_{k,p} |I|^k \|f^{(k)}\|_{L_p[I]}.$$

В данной статье доказывается, что такое соотношение выполняется для функций из более широкого пространства. Вместо обычной k -той производной для них появляется некоторая "обобщенная".

2. Пространства Y_p^k

Рассмотрим на отрезке I семейство пространств ($0 < p < \infty$):

$$H_p^k = \{f \in L_p : \sup_{t>0} t^{-k} \omega_k(f, t)_p < \infty\},$$

где

$$\omega_k(f, t)_p = \sup_{0 < h < t} \left\| \sum_{i=0}^k (-1)^{k-i} \binom{k}{i} f(x + ih) \right\|_{L_p[a, b-kh]}$$

- k -тый модуль непрерывности в L_p с нормой (квазинормой при $0 < p < 1$):

$$\|\cdot\|_{H_p^k} = \|\cdot\|_p + \sup_{t>0} t^{-k} \omega_k(\cdot, t)_p.$$

Из результатов работ [4] и [5] следует, что

$$f \in L_p \text{ и } U_m^k(f)_p = O(m^{-k}) \iff f \in H_p^k \quad (0 < p < \infty).$$

При $p > 1$ пространства H_p^k совпадают с W_p^k , а при $p = 1$ - с пространством $C^{k-1}BV$ функций f , у которых $f^{(k-1)}$ непрерывна на отрезке I и имеет ограниченную вариацию. Все пространства H_p^k являются полными, и W_1^k содержится в тех из них, где индекс $p \leq 1$. Отметим, что пространство W_1^k замкнуто, только в H_1^k .

Определим для каждого $0 < p < 1$ пространство Y_p^k как пополнение пространства W_1^k в метрике, порождаемой квазинормой пространства H_p^k (в связи с этим см., например, [6], с. 80).

Теорема. Если $f \in Y_p^k[I]$, то существует функция $D^{k,p}f \in L_p[I]$ такая, что

$$1) \lim_{t \rightarrow 0} t^{-k} \omega_k(f, t)_p = \|D^{k,p}f\|_p,$$

$$2) \lim_{m \rightarrow \infty} m^k U_m^k(f, I)_p = c_{k,p} |I|^k \|D^{k,p}f\|_{L_p[I]};$$

В том случае, когда $f \in W_1^k[J]$, $J \subset I$, выполняется $D^{k,p}f|_J = f^{(k)}|_J$.

Доказательство.

В предположении, что для $f \in W_1^k[I]$ при $0 < p < 1$ справедливо хотя бы одно из равенств:

$$i) \lim_{t \rightarrow 0} t^{-k} \omega_k(f, t)_p = \|f^{(k)}\|_p$$

или

$$ii) \lim_{m \rightarrow \infty} m^k U_m^k(f, I)_p = c_{k,p} |I|^k \|f^{(k)}\|_{L_p[I]},$$

существование $D^{k,p}f$ для $f \in Y_p^k$ вытекает из следующих рассуждений. Пусть, например, выполняется $i)$, а функции f_1, f_2 принадлежат $W_1^k[I]$, тогда

$$\begin{aligned} \left(\|(f_1 - f_2)^{(k)}\|_{L_p[I]} \right)^p &= \left(\lim_{t \rightarrow 0} t^{-k} \omega_k(f_1 - f_2, t)_p \right)^p \leq \\ &\leq \left(\sup_{t>0} t^{-k} \omega_k(f_1 - f_2, t)_p \right)^p \end{aligned}$$

Оператор дифференцирования, таким образом, является непрерывным линейным оператором, действующим из пространства W_1^k с метрикой, порождаемой квазинормой пространства H_p^k , в пространство L_p ; следовательно, он имеет единственное непрерывное линейное распространение на пространство Y_p^k (см., например, [7] с.240).

Обозначим соответствующий оператор на Y_p^k через $D^{k,p}$.

Функционал

$$\lim_{t \rightarrow 0} t^{-k} \omega_k(\cdot, t)_p$$

также распространяется с W_1^k на Y_p^k , и его значение совпадает с $\|D^{k,p}(\cdot)\|_p$.

Аналогичное рассуждение можно провести на основе равенства ii). Из результатов [4] следует, что на $L_p[I]$ и при $0 < p < 1$ выполняется неравенство:

$$U_m^k(f, I)_p \leq \gamma \omega_k(f, \frac{|I|}{k})_p$$

с постоянной γ , зависящей только от параметров k, p и отрезка I . Таким образом, квазинорма пространства определяет метрику, ограничивающую значения функционала

$$\lim_{m \rightarrow \infty} m^k U_m^k((\cdot), I)_p$$

на W_1^k .

Остается показать справедливость соотношения i) для $f \in W_1^k$.

Такое соотношение хорошо известно для $p \geq 1$ и $f \in W_p^k$, и в обсуждаемом случае доказывается аналогично - при помощи интегрального представления k -той разности. Поскольку замыкание пространства C^k - k раз непрерывно дифференцируемых функций, - в метрике, порождаемой квазинормой пространства H_p^k , очевидно, также дает Y_p^k , то можно считать, что $f \in C^k$. Обозначим для краткости k -тую разность через $\Delta_h^k f(x)$, т.е.

$$\Delta_h^k f(x) \stackrel{def}{=} \sum_{i=0}^k (-1)^{k-i} \binom{k}{i} f(x + ih).$$

Есть тождество

$$\Delta_h^k f(x) = \underbrace{\int_0^h \cdots \int_0^h}_{k} f^{(k)}(x + t_1 + \cdots + t_k) dt_1 \cdots dt_k.$$

Применяя теорему о среднем значении, получим

$$\Delta_h^k f(x) = h^k f^{(k)}(\xi_x),$$

где $x \leq \xi_x \leq x + kh$. Пусть $I = [a, b]$. Следовательно,

$$h^{-k} \left(\int_a^{b-kh} |\Delta_h^k f(x)|^p dx \right)^{\frac{1}{p}} = \left(\int_a^{b-kh} |f^{(k)}(\xi_x)|^p dx \right)^{\frac{1}{p}}.$$

Поскольку $f \in C^k$, то получаем

$$\lim_{h \rightarrow 0} h^{-k} \left(\int_a^{b-kh} |\Delta_h^k f(x)|^p dx \right)^{\frac{1}{p}} = \|f^{(k)}\|_p.$$

С другой стороны,

$$\overline{\lim}_{t \rightarrow 0} t^{-k} \omega_k(f, t)_p = \overline{\lim}_{t \rightarrow 0} t^{-k} \sup_{h \leq t} \left(\int_a^{b-kh} |\Delta_h^k f(x)|^p dx \right)^{\frac{1}{p}} \leq \lim_{t \rightarrow 0} \sup_{h \leq t} h^{-k} \left(\int_a^{b-kh} |\Delta_h^k f(x)|^p dx \right)^{\frac{1}{p}}$$

и одновременно

$$\underline{\lim}_{t \rightarrow 0} t^{-k} \omega_k(f, t)_p = \underline{\lim}_{t \rightarrow 0} \sup_{h \leq t} t^{-k} \left(\int_a^{b-kh} |\Delta_h^k f(x)|^p dx \right)^{\frac{1}{p}} \geq \underline{\lim}_{t \rightarrow 0} t^{-k} \left(\int_a^{b-kt} |\Delta_t^k f(x)|^p dx \right)^{\frac{1}{p}}.$$

Теорема доказана.

Список литературы

1. Морозов А.Н. Аналог теоремы Бернштейна в пространстве L_1 //Матем.заметки. 1995. Т. 57. №5. С. 699-703.
2. Морозов А.Н. Об одном описании пространств дифференцируемых функций //Матем.заметки. 2001. Т. 70. №5. С. 758-768.
3. Морозов А.Н. Асимптотическое поведение наилучших кусочно-полиномиальных приближений в пространствах L_p ($0 < p < 1$) //Модел. и анализ информ. систем. 2004. Т. 11. N1. С. 24-27.
4. Морозов А.Н. Приближение кусочно-гладких функций в пространствах L_p ($0 < p < 1$) //Модел. и анализ информ. систем. 2004. Т. 11. N2. С. 18-21.
5. Стороженко Э.А., Освальд П. Теорема Джексона в пространствах $L_p(\mathbf{R}^n)$ ($0 < p < 1$) // Сиб. мат. ж. 1978. Т. 19. №4. С. 630-639.
6. Брудный Ю.А. Пространства, определяемые с помощью локальных приближений //Тр.ММО. 1971. Т. 24. С. 69-132.
7. Берг Й., Лёфстрём Й. Интерполяционные пространства. Введение. М: Мир, 1980. 264 с.
8. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ. М: Наука, 1984. 750 с.

УДК 519.713

Модель частотно-пространственного распределения интермодуляционных помех

Виноградов К. Е., Кренев А. Н.
Ярославский государственный университет
150000, Ярославль, Советская, 14

получена 25 октября 2004

Аннотация

Рассматривается общий подход к анализу помех, возникающих в радиоприемном устройстве при воздействии интенсивной электромагнитной обстановки. Апробация предлагаемого подхода приведена на примере частотно-пространственного анализа интермодуляционных помех для стационарного комплекса радиомониторинга.

Возможность и качество функционирования радиоэлектронных средств (РЭС) полностью определяют совокупностью параметров этих систем и электромагнитной обстановкой (ЭМО). На характеристики радиоприемных устройств (РПМ) РЭС наряду с внешними мешающими излучениями влияют помехи, возникающие непосредственно в приемном устройстве РЭС. Обычно анализ данных помех проводится методами математического моделирования для заданного сигнального воздействия [1],[4]. В настоящей работе, на конкретном примере, рассматривается комплексный подход к решению задачи оценки качества функционирования РЭС в условиях интенсивной ЭМО.

Одной из ключевых энергетических характеристик электромагнитной обстановки в ВЧ и ОВЧ диапазонах является напряженность электромагнитного поля. Внешняя ЭМО в точке пространства p_i с координатами (x_i, y_i, z_i) образуется совокупностью электромагнитных полей полезных (для данной РЭС) сигналов, помех (сигналы всех других РЭС), промышленных помех и естественных шумов. Результирующую напряженность электромагнитного поля можно представить в виде:

$$E(p_i, f, t) = \sqrt{\sum_m E_{S,m}^2(p_i, f, t) + \sum_j E_{I,j}^2(p_i, f, t) + \sum_k E_{N,k}^2(p_i, f, t)}, \quad (1)$$

где $E_{S,m}(p_i, f, t)$ — напряженность электромагнитного поля m -го полезного информационного сигнала, в i -й точке, $E_{I,j}(p_i, f, t)$ — напряженность э. м. поля, создаваемая j -м источником непреднамеренных помех, в i -й пространственной точке, $E_{N,k}(p_i, f, t)$ — напряженность э. м. поля шумов от k -го шумового источника.

Функционирование РЭС в точке p_i с заданным качеством возможно в случае, когда для медианных значений напряженностей полей заданного полезного сигнала и помех, попадающих в полосу РПМ настроенного на частоту f_0 , выполняется соотношение

$$\frac{E_S^2(p_i)}{\sum_j E_{I,j}^2(p_i) + \sum_k E_{N,k}^2(p_i)} > 10^{A_s/10}, \quad (2)$$

где A — защитное отношение, дБ. Методы расчета (прогнозирования) медианных значений напряженности электромагнитного поля рассмотрены в [2].

Это условие справедливо для случая, когда ЭМО не создает в приемнике мультипликативных помех, к которым относятся помехи интермодуляции и блокирования. В условиях интенсивной ЭМО суммарный уровень помех значительно превышает суммарный уровень шумов:

$$\sum_j E_{I,j}^2(p_i) \gg \sum_k E_{N,k}^2(p_i).$$

Учитывая это, представим отношение сигнал/помеха (С/П) в виде

$$\frac{E_S^2(p_i)}{\sum_k E_{N,k}^2(p_i)} = \frac{E_S^2(p_i)}{\sum_j E_{I,j}^2(p_i) \Delta h_{\Sigma,i}},$$

где $\Delta h_{\Sigma,i}$ характеризует ухудшение отношения С/Ш вследствие воздействия помех. Данное представление позволяет учитывать воздействие помех от основного, внеполосного и побочных излучений по основному и побочным каналам приема, помех блокирования и интермодуляции. Тогда условие 2 примет вид.

$$\frac{E_S^2(p_i)}{\sum_k E_{N,k}^2(p_i)} \geq 10^{A/10} \Delta h_{\Sigma}. \quad (3)$$

Методы расчета $\Delta h_{\Sigma,i}$ подробно рассмотрены в [1]. В общем виде $\Delta h_{\Sigma,i}$ можно представить как

$$\Delta h_{\Sigma,i} = \sum_{l=1}^L 10^{\Delta h_{l,i}/10} + \sum_{p=1}^P 10^{\Delta h_{вл p,i}/10} + \sum_{t=1}^T 10^{\Delta h_{инт t,i}/10},$$

где L — количество помех от основного, внеполосного и побочных излучений по основному и побочным каналам приема, P — количество помех блокирования, T — количество помех интермодуляции. Здесь ограничимся анализом интермодуляционных помех.

Интермодуляционные помехи возникают из-за нелинейных эффектов во входных каскадах радиоприемного устройства (РПМ) при воздействии двух и более сигналов. Уровень этих помех зависит от уровней мешающих излучений, избирательности входных фильтров и амплитудной характеристики смесителя либо УВЧ РПМ.

Частотное условие возникновения интермодуляции в РПМ от двух излучений имеет вид:

$$\begin{cases} |f_0 - |nf_1 + mf_2|| < \Delta f/2 \\ |f_0 - f_{1,2}| < \Delta F/2 \end{cases}, \quad (4)$$

где f_0 — центральная частота основного канала приема, Δf — полоса фильтра основной селекции (ПЧ) приемника по заданному уровню, ΔF — полоса преселектора РПМ, f_1, f_2 — несущие частоты излучений, $n + m$ — порядок интермодуляции.

На практике наиболее часто встречаются интермодуляционные помехи 3-го и 5-го порядка, т.к. их частоты лежат вблизи частот мешающих излучений, то есть обычно попадают в полосу преселектора.

Кроме выполнения частотного условия 4 для возникновения эффекта интермодуляции необходимо, чтобы выполнялось следующие энергетическое условие:

$$nP_1 + mP_2 - (n + m) P_{i,n+m} > 0, \quad (5)$$

где P_1, P_2 — мощности мешающих сигналов на входе РПМ (дБм), $P_{i,n+m}$ — уровень интермодуляции $(m + n)$ -порядка — характеристика РПМ. Эта характеристика может быть найдена как

$$P_{i,n+m} = S_{i,n+m} + P_{sens},$$

где $S_{i,n+m}$ — интермодуляционная избирательность (дБ), а P_{sens} — чувствительность РПМ.

Величина

$$\Delta h_i = nP_1 + mP_2 - (n + m) P_{i,n+m}$$

характеризует превышение уровня интермодуляционного продукта над чувствительностью РПМ, то есть мощность интермодуляционной помехи равна $\Delta h_i + P_{sens}$. Значения мощностей P_1, P_2 на входе РПМ рассчитываются согласно выбранной модели распространения радиоволн [2],[3].

На конкретном примере рассмотрим комплексное решение задачи анализа электромагнитной совместимости (ЭМС) комплекса радиоконтроля ИКАР-2 с внешней ЭМО. Основные данные по источникам, формирующим ЭМО в диапазоне анализа и комплексу ИКАР-2, приведены в табл. 1 и табл. 2 соответственно.

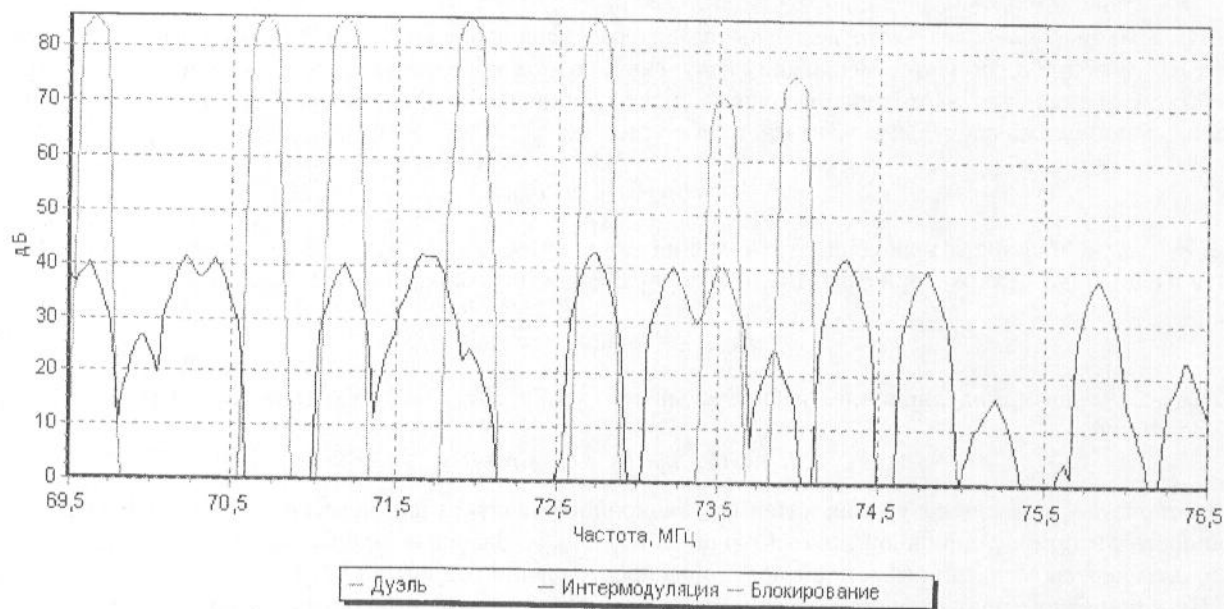
Исследования по рассмотренным методикам проведены при помощи ГИС ПИАР [4]. На рис. 1, показано расчетное суммарное изменение отношения сигнал/(шум+помеха) (С/(Ш+П)) в полосе 69,5 – 76,5 МГц, по результатам проведенного анализа ЭМС с шагом 25 кГц. При заданном воздействии возникают интермодуляционные помехи, причем превышение интермодуляционных продуктов над суммарным уровнем шумов может составить 63 дБ, что подтверждается проведенными натурными измерениями. Наибольший вклад в образование данных помех вносят излучения мощных радиовещательных и телевизионных РПД.

Таблица 1. Некоторые мощные, близко расположенные к РКП РЭС

Назначение РЭС	Частота, МГц	Мощность, Вт	Класс излучения	Расстояние до ПА, м	Высота подвеса антенны, м	Ку антенны, поляризация
Радиовещательная ВЧ ЧМ	66.74	100	180KF8EH	907	124	2.2, гор
	67.55	250			100	6.0, верт
	69.65; 71.18; 71.96; 72.74	4000	130KF3E		124	8.0, верт
	73.52	100				
						124

Таблица 2. Основные учитываемые технические характеристики комплекса ИКАР-2.

Мгновенная полоса частот анализа	7 МГц
Динамический диапазон анализа	90 дБ
Диапазон частот анализа	от 30 МГц до 2 ГГц
Полоса преселектора	30 МГц
Уровень блокирования	60 мВ
Уровень интермодуляции 3-го порядка	3 мВ
Чувствительность	2 мкВ

Рис. 1. Расчетное суммарное изменение отношения $C/(Ш+П)$

На рис.2 показано распределение отношения $П/Ш$ для одной интермодуляционной помехи на частоте для высоты измерительной антенны комплекса – 58 м. Данное распределение получается в ходе моделирования размещения антенны комплекса в точках заданной области с эквидистантным шагом и проведения анализа ЭМС в каждой точке.

По результатам проведенного анализа можно сделать вывод о значительном ухудшении функциональных и технических характеристик комплекса радиоконтроля в рассматриваемом частотном диапазоне



Рис. 2. Распределение отношения П/Ш для помехи интермодуляции

частот вследствие образования помех интермодуляции от ЭМО, создаваемой близко расположенными РПД.

Приложение

Радиоэлектронное средство (РЭС) – техническое средство, состоящее из одного или нескольких радио-передающих или радиоприемных устройств либо из их комбинации и вспомогательного оборудования, предназначенное для передачи и (или) приема радиоволн.

Электромагнитная обстановка (ЭМО) – совокупность электромагнитных явлений, процессов в заданной области пространства, в частотном и временных диапазонах.

Электромагнитная совместимость РЭС (ЭМС РЭС) – способность РЭС функционировать с заданным качеством в определенной ЭМО, не создавая при этом недопустимых помех другим РЭС.

Уровень (величины) – среднее или другое взвешенное значение величины изменяющейся во времени, например, мощности или напряженности электромагнитного поля, которое оценивается регламентированным способом.

Электромагнитная помеха – электромагнитное явление, процесс, которые ухудшают или могут ухудшить качество функционирования ЭМС.

Интермодуляцией в РПМ называется возникновение отклика на выходе РПМ в результате взаимодействия на его нелинейных элементах двух или более радиопомех.

Рассмотрим общую постановку задачи воздействия нескольких гармоник $\{u_1(t), \dots, u_n(t)\}$, где $u_i(t) = U_i \cos(\omega_i t + \varphi_i) = U_i \cos(\psi_i)$, на безынерционный нелинейный элемент, вольтамперная характеристика которого может быть представлена в виде:

$$i = i(u_1, u_2, \dots, u_n). \quad (6)$$

Функция i периодична (с периодом 2π) по каждому из независимых аргументов, поэтому может быть представлена рядом Фурье [5]:

$$i(\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n) = \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} \dots \sum_{k_n=-\infty}^{\infty} c_{k_1, k_2, \dots, k_n} \exp[-j(k_1\psi_1 + k_2\psi_2 + \dots k_n\psi_n)] \quad (7)$$

где

$$c_{k_1, k_2, \dots, k_n} = \frac{1}{(2\pi)^n} \int_{-\pi}^{\pi} \dots \int_{-\pi}^{\pi} i(U_1 \cos(\psi_1), U_2 \cos(\psi_2), \dots, U_n \cos(\psi_n)) \times \\ \times \exp[-j(k_1\psi_1 + k_2\psi_2 + \dots k_n\psi_n)] d\psi_1 d\psi_2 \dots d\psi_n. \quad (8)$$

Поскольку функция i четная по каждому из аргументов, то i можно представить в виде:

$$i(\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n) = \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} \dots \sum_{k_n=-\infty}^{\infty} I_{|k_1|, |k_2|, \dots, |k_n|} \cos(k_1\psi_1 + k_2\psi_2 + \dots k_n\psi_n), \quad (9)$$

где $I_{|k_1|, |k_2|, \dots, |k_n|} = 2\operatorname{Re}(c_{k_1, k_2, \dots, k_n})$.

Полученное решение можно представить как функцию времени:

$$i(t) = \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} \dots \sum_{k_n=-\infty}^{\infty} I_{|k_1|, |k_2|, \dots, |k_n|} \cos[(k_1\omega_1 + k_2\omega_2 + \dots k_n\omega_n)t + k_1\varphi_1 + k_2\varphi_2 + \dots k_n\varphi_n]. \quad (10)$$

Таким образом, воздействие нескольких гармонических сигналов на безынерционный нелинейный элемент приводит к образованию на выходе множества составляющих с частотами $\omega_k = k_1\omega_1 + k_2\omega_2 + \dots k_n\omega_n$, амплитуды которых определяются свойствами нелинейного элемента.

Список литературы

1. Виноградов К. Е., Лашков Н. И. Основные принципы анализа электромагнитной совместимости радио-электронных средств, используемые в автоматизированной системе проектирования сетей радиосвязи // Сб. тезисов VIII Международной конференций "Радиолокация, навигация и связь". Воронеж, 2002. Том 1. С. 446-457.
2. Digital mobile radio towards future generation systems. COST 231Final Report.
3. ITU-R. Recommendation P370.
4. Винтер И. А., Королев Н. И., Кренев А. Н., Лашков Н. И., Тимофеев В. А., Цыганок Е. Г. Геоинформационная система проектирования и анализа радиосетей. Ярославль, 1999.
5. Баскаков С. И. Радиотехнические цепи и сигналы: Учеб. для вузов по спец. "Радиотехника"/ С. И. Баскаков. 4-е изд., перераб. и доп. М.: Высш. шк., 2003.

УДК 519.68:338.24

Использование экспертных технологий в управлении инновационными процессами и экономической динамикой предприятия

Сорокина А.М., Майборода В.П.

Ярославский государственный университет,

150 000, Ярославль, Советская, 14,

Московский государственный институт электроники и математики,

109 028, Москва, Б. Трехсвятительский пер., д. 1-3/12, стр. 8

получена 15 марта 2005

Аннотация

В статье предложен подход к описанию технологии оценки качества инновационного потенциала и экономической динамики объектов хозяйственной деятельности и обработки экспертной информации, основанный на использовании математических структур, моделируемых в теории нечетких множеств, на базе логических принципов, которые позволяют создавать модели управления в условиях неопределенности и нечеткости. Внедрение этого аппарата должно способствовать разработке систем экспертного анализа и обработки экспертной информации, обладающих определённой полнотой и достаточностью при решении социально-экономических проблем развития региона. Предлагаемые методики позволят оценить также качественные характеристики и механизмы взаимодействия инновационного потенциала предприятия с другими секторами хозяйственной деятельности, производства и бизнеса, а также получить оценки восприимчивости инноваций и влияния данного потенциала на макроэкономические параметры региона.

В условиях рыночной экономики характер и динамика экономического развития предприятия, его инновационный потенциал традиционно являются предметом самого пристального внимания и всестороннего исследования. В обостряющейся конкуренции товаров и услуг как производителям, так и потребителям приходится учитывать возможности оптимизации всех бизнес-процессов и использования всех потенциальных возможностей для повышения хозяйственной деятельности.

Однако существующий уровень качества экспертных технологий и эффективности подготовки экономических решений для руководства предприятий, а также полнота процедур их принятия и практической реализации не всегда позволяют решить с требуемой точностью фундаментальные задачи устойчивого экономического развития.

Необходимо прогнозировать результативность инновационной деятельности и её вклада в положительную экономическую динамику предприятия, а также по мере трудно предсказуемых в условиях неопределённости изменений внешней экономической среды (например, изменение конъюнктуры рынка, появление новых мотивов деятельности и т.п.) и независимо от этих изменений осуществлять поиск - мониторинг и обоснование новых целей стратегического инновационного развития предприятия с учётом их приоритетности.

Одновременно с поиском, обоснованием и уточнением целей развития необходимо выявлять ключевые факторы и определяющие параметры, от которых принципиально зависит инновационный процесс и перспективы развития предприятия; требуется устанавливать такие правила их регулирования, которые обеспечивали бы эффект независимо от трудно предсказуемых изменений внешней экономической среды в оптимальные сроки и с минимальными затратами средств.

Экспертные технологии, используемые при управлении экономикой и инновационными процессами на предприятии, нередко становятся единственным реальным способом повышения обоснованности и эффективности управленческих решений при финансировании инвестиционных проектов предприятия.

Всё это обуславливает постоянно сохраняющуюся актуальность совершенствования и разработки новых экспертных методик, алгоритмов и инструментального аппарата для анализа в условиях неопределённости состояния и управления экономической динамикой и инновационными процессами предприятий.

Результаты системного и структурного анализа показывают [1], что управление инновационными процессами и экономической динамикой предприятия включает следующие стадии:

- 1) обобщение информации, создание базы данных и прогнозирование будущего;
- 2) определение целей развития в системе определяющих параметров экономической динамики предприятия;

- 3) формирование промежуточных задач;
- 4) определение системы качества и программ действий;
- 5) выполнение планов и программ;
- 6) экспертная оценка результатов развития;
- 7) обеспечение обратной связи для корректировки инновационного процесса и определяющих параметров предприятия.

Принципиально важными звеньями всей цепи управления инновационными процессами и экономической динамикой предприятия являются определённые стадии оценки результатов управления и обеспечения обратной связи.

Степень эффективности такой системы управления, не в последнюю очередь, связана с созданием эффективных средств формализованного описания системных определяющих параметров и характеристик экономики предприятия и инновационного процесса в целом. Вместе с тем, технологии оценки, используемые в настоящее время в квалиметрии сложных процессов или объектов, часто основаны на формальном аппарате, который не учитывает особенностей измерения качества в условиях, когда затруднены количественные измерения значений параметров оценки.

Некорректное использование методов обработки результатов оценки параметров качества управления экономикой и инновационными процессами может привести к нарушению принципа соответствия уровня формализации оценки и модели процесса – строгость методов обработки оценок может превышать строгость уровня описания объекта оценки, что снижает эффективность оценочной деятельности как инструмента управления качеством и продуктивность синтеза технологий оценочной деятельности как сложных, многоуровневых процедур, объединяющих в единую систему все виды оценочной деятельности в сфере инновационной деятельности и инновационной динамики предприятия.

Использование экспертных методов и технологий, а также методов теории нечетких множеств позволяет придать численный характер вербальным оценкам параметров оценки качества управления инновационными процессами и экономикой предприятия, а также придать методам оценки степень формализации, необходимую для автоматизации процессов оценки и управления качеством (см. [2]).

В этой связи особое значение приобретает поиск подходов к разработке комплексной модели оценочной деятельности на основе современных методов таксономии, экспертной и нечеткой квалиметрии, опирающихся на формирование формального языка теории нечетких множеств и экспертных оценок.

Инновационные процессы и эффективная экономическая динамика предприятия относятся, как правило, к объектам высокой сложности. Принятие важных решений как при управлении, так и при оценке таких объектов невозможно без технологий оценки, использующих знания специалистов.

Следует заметить, что задачи оценки качества выполняемых работ или продуктов деятельности, ранжирование по уровню качества объектов оценки, проведение конкурсов инновационных проектов или компаний, претендующих на реализацию тех или иных проектов и т.д., часто сводятся к задаче выбора наиболее предпочтительной альтернативы из набора имеющихся или возможных.

Технология оценки качества управления инновационными процессами и экономикой предприятия в приведенной постановке включает следующие этапы.

1. Выбор критериев, по которым оцениваются объекты экспертизы, и формирование на их основе системы определяющих параметров, по которым проводят оценки эксперты.
2. Оценка сравнительной важности показателей оценки.
3. Формирование шкал, в которых проводятся оценки объектов экспертизы по показателям оценки.
4. Формирование результирующей оценки объекта экспертизы и определение на ее основе уровня качества управления инновационными процессами и экономикой предприятия.

Оценочная система является основой для оценки качества такого управления. От точности построения оценочной системы и корректного ее использования во многом зависит надежность оценки. Большое значение имеет также качество информации, характеризующей объект оценки, и профессиональный уровень экспертов, на основании заключений которых принимается решение. Оценочная система должна учитывать как вклад тех или иных параметров при оценке качества, так и возможности проведения оценок объекта по этим параметрам.

Разработка оценочной системы как при оценке качества управления, так и при решении более общей задачи принятия управленческого решения на основе оценки приоритетности альтернатив содержит следующие этапы:

1. Формирование системы критериев, характеризующих объект оценки.
2. Формирование шкал, в которых оценивается объект оценки по сформированной системе критериев.
3. Оценка сравнительной важности критериев оценки.
4. Оценка пороговых значений критериев.

В общем случае при оценке сложных объектов процесс разработки оценочной системы невозможен без привлечения экспертов.

Выбор адекватного набора критериев, в котором представлены наиболее важные свойства инновационных процессов и экономики предприятия, удовлетворяющих, с одной стороны, требованию полноты, с другой – неизбыточности, требует проведения специальной экспертизы по его формированию. Кроме того, при формировании оценочной системы сложных объектов, каковым является инновационный процесс, приходится иметь дело с критериями различных иерархических уровней, т.е. системе критериев придается вид дерева критериев:



Рис. 1

Сложная иерархическая структура критериев оценки, используемых при оценке уровня качества управления, не является раз и навсегда заданной, а непрерывно развивается в зависимости от целей и объектов оценки. Различные объекты оценки требуют использования различающихся наборов критериев, а значит, и различающихся оценочных систем.

Оценочная система должна строиться в виде иерархически организованной системы критериев, обладающей возможностями изменения и настройки.

При формировании оценочной системы должны учитываться как опыт создания и функционирования существующих систем оценки качества таких процессов, так и опыт высококвалифицированных специалистов. Поэтому в системах оценки качества должны быть предусмотрены процедуры формирования различных иерархически организованных структур-деревьев или графов критериев, отражающих различные цели в интерпретации разных экспертов.

Процедура формирования списка критериев каждого иерархического уровня может проходить в два этапа. На первом каждый эксперт формирует предварительный список. Окончательный список формируется на втором этапе, например из тех критериев, за которые «проголосовало» более $2/3$ всех экспертов. Могут быть предусмотрены и более «тонкие» процедуры формирования окончательного списка критериев каждого уровня. Если критерий носит комплексный характер, т.е. если сам может быть описан системой тех или иных показателей, то для экспертного формирования этой системы может применяться описанная процедура.

Как при определении качества управления инновационными процессами, экономикой предприятия, инновационным потенциалом, так и при принятии управленческих решений на основе оценки приоритетности альтернатив, объект должен изучаться по каждому из простых определяющих критериев, т.е. тех параметров, которые не подразумевают дальнейшего разложения.

Для сложных объектов такое изучение не всегда может проводиться в традиционных количественных шкалах. Достаточно часты случаи, когда оценки носят вербальный характер, вида „лучше“, „хуже“ и т.д. Очевидно, что для унификации этих величин по всем критериям с целью получения результирующей оценки необходимо и вербальные оценки привести к числовому виду.

Одним из путей „оцифровки“ вербальных значений оценки является использование шкалы Харрингтона (см. [3]).

Таблица 1

Шкала Харрингтона

№ п/п	Наименование градации шкалы	Численные значения
1	2	3
1.	высокий уровень	0,80 - 1,00
2.	уровень выше среднего	0,64 - 0,80
3.	средний уровень	0,37 - 0,64
4.	уровень ниже среднего	0,20 - 0,37
5.	низкий уровень	0,00 - 0,20

Таким образом, если экспертами оценивается критерий, определяемый как некоторое свойство, которым должен обладать объект оценки, то в модели объекта оценки это может быть выражено одноместным предикатом вида $F(x)$, что означает „объект x обладает свойством F “. Уровни шкалы Харрингтона при этом могут выражать в числовой форме интенсивность, с которой в оцениваемом объекте проявляется данное свойство.

При получении результирующей оценки по оценкам простых критериев важную роль играет правильная оценка относительной важности критериев, по которым оценивается качество ресурсного обеспечения.

В практике экспертного оценивания существует определенный набор процедур формирования критериев оценки, с учетом которого может быть принята следующая схема ранжирования критериальной системы.

Этап 1. Дерево критериев разбивается на классы $K_1, K_2, \dots, K_m$, в каждый из которых входят критерии только того уровня, каков индекс класса.

Этап 2. По предпочтительности сравниваются только критерии, находящиеся внутри одного класса. Все критерии класса K_1 сравниваются между собой. Критерии, входящие в классы $K_2, \dots, K_m$, разбиваются на классы сравниваемых между собой по предпочтительности критериев. Разбиение внутри класса K_i осуществляется следующим образом: класс K_i ($i > 1$) разбивается на классы $C_1, C_2, \dots, C_s$, таким образом, что C_j содержит лишь те критерии, которые имеют вершиной один и тот же критерий предыдущего уровня. Если критерии k_i и k_j принадлежат одному и тому же классу C_v , то $k_j < k_i$ либо $k_i < k_j$, либо k_i примерно равно k_j .

Этап 3. Критерии, принадлежащие каждому из классов C_v (v принадлежит набору $1, \dots, s$), ранжируются по сравнительной важности, так что если k_i, k_j принадлежит C_v и $k_i > k_j$, то ранг k_i меньше, чем ранг k_j (чем важнее критерий, тем ниже значение его ранга, но выше вес), если $k_i = k_j$, то критериям k_i и k_j присваивается одинаковый ранг. Таким образом, критерии пронумерованы в соответствии с убыванием их важности.

Этап 4. Указывается отношение сильного предпочтения (лексикографического предпочтения) на множестве критериев, т.е. такие пары критериев k_i, k_{i+1} ; что оценка объекта ar предпочтительней оценки объекта al при $k_i(ar) > k_i(al)$, даже если $k_{i+1}(al) > k_{i+1}(ar)$.

После четвертого этапа процедуры все множество критериев оказывается разбитым на подклассы критериев, попарно сравниваемых между собой и не находящихся в отношении сильного предпочтения.

Этап 5. Для каждой пары критериев k_i, k_{i+1} , принадлежащей одному подклассу, оценивается степень предпочтительности одним из трех следующих способов:

- (1) присваиваются весовые коэффициенты W_i и W_{i+1} каждому из критериев k_i и k_{i+1} , откуда следует, что k_i предпочтительней k_{i+1} в W_i/W_{i+1} раз;
- (2) устанавливаются интервалы значений, которым принадлежат весовые коэффициенты W_i и W_{i+1} критериев k_i и k_{i+1} ;
- (3) дается качественная оценка степени предпочтительности критерия k_i относительно критерия k_{i+1} .
- (4) W_i строится в виде нечеткого множества (нечёткого числа).

Для каждой пары сравниваемых критериев k_i, k_{i+1} может быть использован любой из перечисленных способов оценки сравнительной предпочтительности критерия k_i относительно критерия k_{i+1} в зависимости от имеющейся информации об отношении между k_i и k_{i+1} .

После завершения этапа 5 процедуры относительно каждой пары критериев k_i, k_j будет определено, являются ли они сравнимыми, а если сравнимы, то в каком виде представляется информация об их сравнимой важности. В частности, она может являться суперпозицией различных способов представления информации о сравнительной важности критериев (1) - (4). Каждый из способов оценки сравнительной важности критериев одного класса может включать экспертные технологии, сводящиеся, например, к заполнению экспертами определенного рода анкет, и дальнейшую обработку результатов анкетирования аналитической группой.

После того как разработана оценочная система, оценка качества управления инновационными процессами и экономической динамикой предприятия сводится к задаче многокритериального оценивания с помощью выбранного заранее решающего правила.

Причём наличие неопределённости и нечёткости при проведении процедур оценки инновационного потенциала и экономики предприятия делают актуальным применение свёрток и решающих правил с использованием функций принадлежности и нечёткой логики.

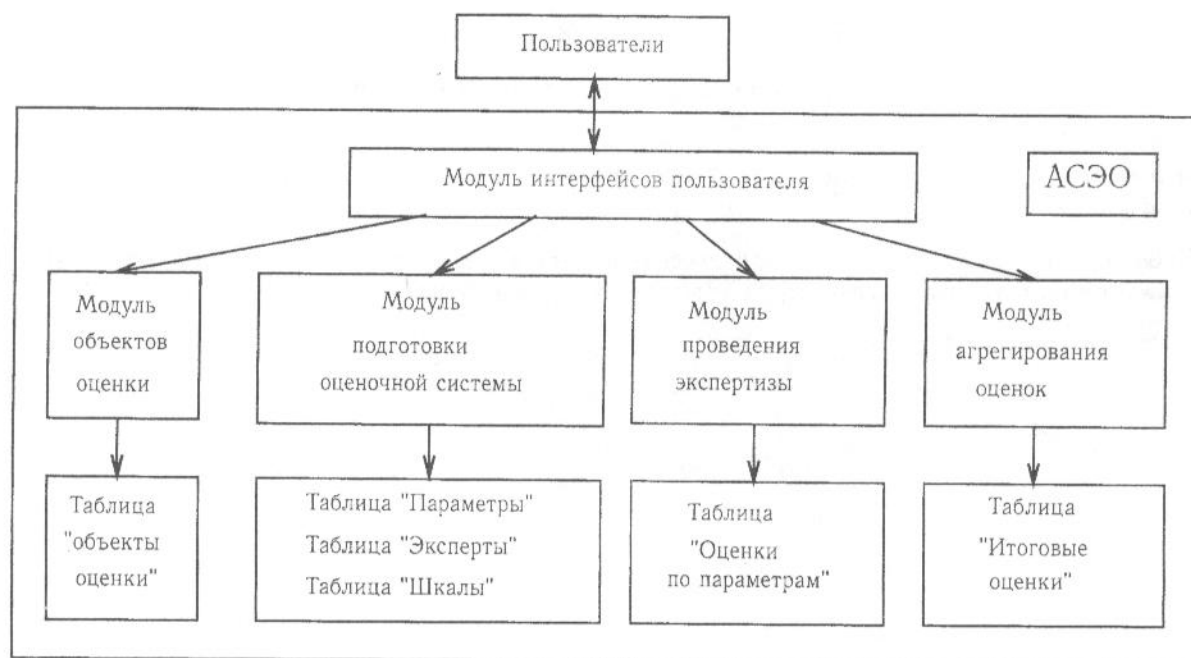


Рис. 2

Рассмотрим структурные особенности экспертной системы анализа инновационного и экономического потенциала предприятия. В качестве возможной архитектуры можно принять схему автоматизированной информационно-аналитической системы экспертного оценивания (АСЭО), представленную на рисунке 2, которая позволяет с помощью сетевых технологий реализовать не только эффективное хранение и поиск информации об экспертах, об оценочной системе как таковой, но также и выполнение интерактивных процедур оценивания качества управления процессами в целом [4].

Структурно подсистема получения и обработки оценок представляется следующим образом:

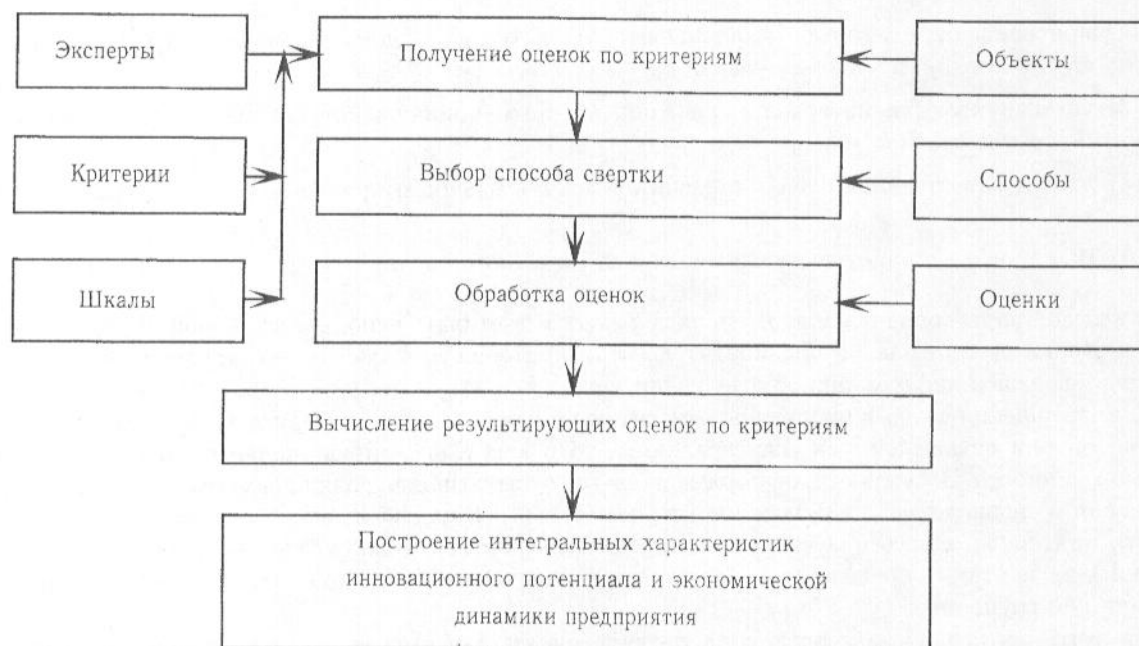


Рис. 3

Программная реализация автоматизированной системы принципиальных сложностей не имеет. В качестве наиболее подходящей программной среды представляется серверный язык сценариев – RNR.

Литература

1. Сакс Дж. Рыночная экономика и Россия. М.: Экономика, 1995.
2. Литвак Б.Г. Экспертные оценки и принятие решений. М.: Патент, 1996.
3. Титов А.В. "Взвешивание" критериев оценки качества на основе эталонного подхода и множеств уровня // Труды седьмого симпозиума "Квалиметрия человека и образования: методология и практика". М.: ИЦ, 1998.
4. Эттли Д.И., Бриджес У.П. Технологическая политика и нововведения в организациях // Новая технология и организационные структуры. М.: Экономика, 1990.

Нелинейная динамика одного дифференциального уравнения второго порядка с периодически возмущенным запаздыванием

Глызин С.Д., Кубышкин Е.П.¹
Ярославский государственный университет,
150 000, Ярославль, Советская, 14

получена 30 марта 2005

Аннотация

Рассматриваются нелинейные дифференциально-разностные уравнения второго порядка, возникающие при описании динамики ряда электронных устройств с запаздывающей обратной связью. Предполагается, что величина запаздывания периодически возмущена и параметры системы выбраны так, что характеристический квазиполином линейной части уравнения имеет две пары чисто мнимых корней. Частота колебаний запаздывания близка к сумме второго и удвоенного первого корня. В близком к критическому случае построена нормальная форма уравнения и показано существование у нее хаотических аттракторов. Определены сценарии фазовых перестроек нормальной формы при изменении параметров, вычислены ляпуновские показатели и ляпуновская размерность.

1. Постановка задачи. Рассмотрим дифференциальное уравнение с запаздывающим аргументом

$$\ddot{x} + A\dot{x} + x + [B + G(x(t - h(t)), \dot{x}(t - h(t)))]\dot{x}(t - h(t)) = 0, \quad (1)$$

где запаздывание может быть представлено в виде $h(t) = h + a \sin(\omega t)$, а A, B, h, a, ω – положительные параметры ($h > a$),

$$G(x_1, x_2) = g_{10}x_1 + g_{01}x_2 + g_{20}x_1^2 + g_{11}x_1x_2 + g_{02}x_2^2 + o(x_1^2 + x_2^2)$$

– достаточно гладкая нелинейная функция. Уравнения вида (1) возникают при моделировании электронных устройств с активными нелинейными элементами и запаздыванием в цепи обратной связи [1, 2].

Будем интересоваться возможностью существования в уравнении (1) сложных, в том числе хаотических колебаний. В качестве метода исследований используется метод интегральных многообразий и теория бифуркаций применительно к системам с распределенными параметрами.

2. Линеиный анализ. Рассмотрим линейную часть уравнения (1), причем будем считать, что запаздывание постоянно, т.е. $a = 0$. В результате имеем уравнение

$$\ddot{x} + A\dot{x} + x + B\dot{x}(t - h) = 0, \quad (2)$$

характеристический квазимногочлен которого имеет вид

$$P(\lambda) \equiv \lambda^2 + A\lambda + 1 + B\lambda \exp(-\lambda h). \quad (3)$$

Устойчивость нулевого решения уравнения (2) определяется, как известно, расположением корней квазимногочлена (3). В [2] методом D -разбиений проведен подробный анализ расположения корней функции $P(\lambda)$ в зависимости от значений входящих параметров. В частности, показано, что при

$$h = \sqrt{(3\pi - \alpha_0)(\pi + \alpha_0)}, \quad B = A\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2(\alpha_0)}, \quad (4)$$

где $0 < \alpha_0 < \pi/2$ – решение уравнения $Ah(\pi - \alpha_0) \operatorname{tg}(\alpha_0) = 2$, характеристический квазимногочлен (3) имеет две пары комплексно сопряженных корней вида:

$$\pm i\sigma_1 = \pm i(\pi + \alpha_0)/h, \quad \pm i\sigma_2 = \pm i(3\pi - \alpha_0)/h. \quad (5)$$

При этом остальные его корни лежат в левой открытой комплексной полуплоскости. Отметим, что корни квазимногочлена могут находиться в резонансном соотношении, например, при $h = 4\sqrt{2}\pi/3$, $A = \sqrt{6}/6$,

¹Работа выполнена при финансовой поддержке программы „Университеты России“ (грант 04.01.452).

$B = \sqrt{6}/3$ имеем $\sigma_1 = \sqrt{2}/2, \sigma_2 = \sqrt{2}$. Это означает, что имеет место внутренний резонанс 1:2. Важно подчеркнуть, что внутреннего резонанса 1:3 в (3) реализовано быть не может.

Итак, потеря устойчивости нулевого решения уравнения (1) может приводить к возникновению сложных автоколебательных решений. Перейдем к изучению локальной динамики (1) в этом случае.

Выберем коэффициенты уравнения (2) согласно (4), обозначив при этом $A = A_0, B = B_0, h = h_0$ и исключив из рассмотрения случай внутреннего резонанса 1:2. Тем самым характеристическое уравнение (3) имеет две пары чисто мнимых корней (5), для которых $\sigma_1/\sigma_2 \neq 1, 2, 3$, т.е. отсутствуют „главные“ внутренние резонансы. Остальные корни уравнения (3) лежат в этом случае в левой комплексной полуплоскости и отделены от мнимой оси.

Введем малый параметр $0 < \varepsilon \ll 1$ и положим в (3)

$$A = A_0 + \varepsilon A_1, \quad B = B_0 + \varepsilon B_1, \quad h = h_0 + \varepsilon h_1. \quad (6)$$

При этом левую часть (3) обозначим $P(\lambda, \varepsilon)$. Считая $\lambda_j(\varepsilon) = i\sigma_j + \varepsilon\lambda_j^1 + \dots$ ($j = 1, 2$), вычислим величины λ_j^1 . Из равенства $P(\lambda(\varepsilon), \varepsilon) = 0$ имеем

$$\lambda_j^1 = -\frac{P'_\varepsilon(i\sigma_j, 0)}{P'_\lambda(i\sigma_j, 0)} = -\frac{A_1 i\sigma_j + (B_1 i\sigma_j + B_0 h_1 \sigma_j^2) \exp(-i\sigma_j h_0)}{P'_\lambda(i\sigma_j, 0)}, \quad (7)$$

где

$$P'_\lambda(i\sigma_j, 0) = 2i\sigma_j + A_0 + B_0(1 - i\sigma_j h_0) \exp(-i\sigma_j h_0), \quad (j = 1, 2).$$

Выделив теперь в (7) $\text{Re}(\lambda_j^1)$, можно заметить, что в зависимости от выбора A_1, B_1, h_1 она может быть величиной любого знака.

3. Построение нормальной формы. Положим в (1) A, B, h согласно (6) и $a = \varepsilon a_1$. Перейдем теперь от (1) к эквивалентной краевой задаче

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial s}, \quad (8)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial s} \right|_{s=0} = l(t, u(t, s); \varepsilon). \quad (9)$$

Здесь $u(t, s) = \text{col}(u_1(t, s), u_2(t, s)) = \text{col}(x(t+s), \dot{x}(t+s))$, $h(t, \varepsilon) = h + \varepsilon a_1 \sin(\omega t)$, $-h(t, \varepsilon) \leq s \leq 0, t \geq 0$. Гладкий нелинейный функционал $l(t, u(s); \varepsilon)$ действующий из $C(-h(t; \varepsilon), 0)$ в $\mathbb{R}^2$, имеет вид

$$l(t, u(s); \varepsilon) = l_1(t, u(s); \varepsilon) + l_2(t, u(s); \varepsilon) + l_3(t, u(s); \varepsilon) + \dots \quad (10)$$

В правой части (10) выделены соответственно линейная, квадратичная и кубическая составляющие. Точками обозначены слагаемые, имеющие по $u(s)$ более высокий порядок малости. При этом из (1) и (6) имеем

$$\begin{aligned} l_1(u(s)) &= l_1(t, u(s); \varepsilon) = \\ &= \text{col}(u_2(0), -(A_0 + \varepsilon A_1)u_2(0) - u_1(0) - (B_0 + \varepsilon B_1)u_2(t, -h(t, \varepsilon))), \\ l_2(u(s)) &= l_2(t, u(s); 0) = \text{col}(0, -(g_{10}u_1(-h_0) + g_{01}u_2(-h_0))u_2(-h_0)), \\ l_3(u(s)) &= l_3(t, u(s); 0) = \\ &= \text{col}(0, -(g_{20}u_1^2(-h_0) + g_{11}u_1(-h_0)u_2(-h_0) + g_{02}u_2^2(-h_0))u_2(-h_0)). \end{aligned}$$

Краевая задача (8)-(9) (соответственно и уравнение (1)) имеет [3] в окрестности нуля фазового пространства $C(-h(t; \varepsilon), 0)$ четырехмерное $2\pi/\omega$ -периодическое локальное устойчивое гладкое интегральное многообразие $\Phi(\tau, z_1, z_2, \bar{z}_1, \bar{z}_2, s; \varepsilon)$ ($\tau = \omega t, z_j \in \mathbb{C}$), поведение решений на котором определяет поведение решений краевой задачи (8)-(9). Здесь $\Phi(\cdot)$ – гладкий по совокупности переменных оператор, 2π -периодический по τ .

Рассмотрим случай, когда ω близко к $2\sigma_1 + \sigma_2$. В этой ситуации положим $\omega = 2\sigma_1 + \sigma_2 + \varepsilon\delta$, считая δ расстройкой. С учетом этого построим уравнения траекторий краевой задачи (8)-(9) на интегральном многообразии. Введем в рассмотрение следующее разложение:

$$\begin{aligned} \Phi(\tau, z_1, z_2, \bar{z}_1, \bar{z}_2, s; \varepsilon) &= (u_{10}(s) + \varepsilon u_{10}^1(\tau, s) + \dots)z_1 + \\ &+ (u_{01}(s) + \varepsilon u_{01}^1(\tau, s) + \dots)z_2 + (\bar{u}_{10}(s) + \varepsilon \bar{u}_{10}^1(\tau, s) + \dots)\bar{z}_1 + \\ &+ (\bar{u}_{01}(s) + \varepsilon \bar{u}_{01}^1(\tau, s) + \dots)\bar{z}_2 + (u_{20}(s) + \dots)z_1^2 + (u_{11}(s) + \dots)z_1 z_2 + \dots \\ u_*(\tau, s) &\equiv u_*(\tau + 2\pi, s) \end{aligned} \quad (11)$$

и систему обыкновенных дифференциальных уравнений вида

$$\dot{z}_1 = (i\sigma_1 + \varepsilon\lambda_1^1 + d_{11}|z_1|^2 + d_{12}|z_2|^2)z_1 + A_1\bar{z}_1\bar{z}_2 \exp(i\omega t) + \dots \quad (12)$$

$$\dot{z}_2 = (i\sigma_2 + \varepsilon\lambda_2^1 + d_{21}|z_1|^2 + d_{22}|z_2|^2)z_2 + A_2\bar{z}_1^2 \exp(i\omega t) + \dots \quad (13)$$

В (12)-(13) точками обозначены слагаемые, имеющие по соответствующим переменным более высокий порядок малости. В явном виде приведены лишь „главные“ слагаемые разложений. При этом

$$u_{10}(s) = \text{col}(1, i\sigma_1) \exp(i\sigma_1 s), \quad i\sigma_1 u_{10}(0) = l_1(u_{10}(s)),$$

$$u_{01}(s) = \text{col}(1, i\sigma_2) \exp(i\sigma_2 s), \quad i\sigma_2 u_{01}(0) = l_1(u_{01}(s)).$$

Подставим функцию $\Phi(\cdot)$, определяющую интегральное многообразие, в виде (11) в краевую задачу (8)-(9). Имеем тождество

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \tau} \omega + \frac{\partial \Phi}{\partial z_1} \dot{z}_1 + \frac{\partial \Phi}{\partial z_2} \dot{z}_2 + \frac{\partial \Phi}{\partial \bar{z}_1} \dot{\bar{z}}_1 + \frac{\partial \Phi}{\partial \bar{z}_2} \dot{\bar{z}}_2 = \frac{\partial \Phi}{\partial s}, \quad (14)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial s} \right|_{s=0} = l(t, \Phi(\omega t, z_1, z_2, \bar{z}_1, \bar{z}_2, s; \varepsilon); \varepsilon). \quad (15)$$

Здесь $\dot{z}_1, \dot{z}_2, \dot{\bar{z}}_1, \dot{\bar{z}}_2$ определяются согласно (12)-(13). Приравнявая теперь в (14)-(15) слева и справа коэффициенты при одинаковых степенях $\varepsilon z_1, \varepsilon z_2, \varepsilon \bar{z}_1, \varepsilon \bar{z}_2, z_1^2, z_1 z_2, \dots$, будем получать на каждом шаге краевую задачу вида

$$(p_1 i\sigma_1 + p_2 i\sigma_2)u_*(s) = \frac{\partial u_*}{\partial s}, \quad (16)$$

$$\left. \frac{\partial u_*}{\partial s} \right|_{s=0} = l_1(u_*(s)) + f_*, \quad (17)$$

где p_1, p_2 – целые числа, f_* – фиксированный вектор, зависящий от коэффициентов правых частей (12)-(13) как от параметров. Условия разрешимости (16)-(17) обеспечивают однозначное определение коэффициентов системы уравнений (12)-(13). Опуская громоздкие выкладки, приведем их окончательный вид:

$$d_{11} = \Theta(\sigma_1)/P'_\lambda(i\sigma_1; 0), \quad d_{12} = \Psi(\sigma_1, \sigma_2)/P'_\lambda(i\sigma_1; 0),$$

$$d_{21} = \Psi(\sigma_2, \sigma_1)/P'_\lambda(i\sigma_2; 0), \quad d_{22} = \Theta(\sigma_2)/P'_\lambda(i\sigma_2; 0),$$

$$A_1 = \frac{-ia_1 F_1}{2P'_\lambda(i\sigma_1; 0)}, \quad A_2 = \frac{-ia_1 F_2}{2P'_\lambda(i\sigma_2; 0)},$$

где

$$\Theta(\sigma) = \frac{-1 - 4g_{10}\sigma^2 + i3g_{01}\sigma}{P(2i\sigma)} g_{10}\sigma^2 \exp(i\sigma h) + (g_{11}\sigma + i(g_{20} + (2g_{10}g_{01} + 3g_{02})\sigma^2))\sigma \exp(-i\sigma h),$$

$$\begin{aligned} \Psi(\sigma_1, \sigma_2) = & \frac{(ig_{10}\sigma_1 + 2g_{11}\sigma_2(\sigma_1 + \sigma_2))(-ig_{10}(\sigma_1 + \sigma_2) + 2g_{01}\sigma_1\sigma_2)}{P'_\lambda(i(\sigma_1 + \sigma_2); 0)} \exp(i\sigma_2 h) - \\ & - \frac{(g_{10}(2\sigma_1 - \sigma_2) + 2g_{11}\sigma_2)(g_{10}(\sigma_1 - \sigma_2) - 2ig_{01}\sigma_1\sigma_2)}{P'_\lambda(i(\sigma_1 - \sigma_2); 0)} \exp(-i(2\sigma_1 - \sigma_2)h) + \\ & + (2g_{10}\sigma_1 g_{01}\sigma_2^2 + 2ig_{20}\sigma_1 + g_{11}\sigma_2^2 + 3ig_{02}\sigma_1^3) \exp(-i\sigma_1 h), \end{aligned}$$

$$F_1 = (-g_{10}(\sigma_1 + \sigma_2)^2 + 2ig_{01}(\sigma_1\sigma_2^2 + \sigma_1^2\sigma_2)) \exp(i(\sigma_1 + \sigma_2)h),$$

$$F_2 = (-2g_{10}\sigma_1^2 + ig_{01}\sigma_1^3) \exp(2i\sigma_1 h).$$

В заключение пункта отметим, что „грубым“ (т.е. экспоненциально устойчивым или неустойчивым) состояниям равновесия, циклам и инвариантным торам системы уравнений (12)-(13) в уравнении (1) при малых ε соответствуют такие же установившиеся режимы, той же устойчивости. Для хаотических установившихся режимов это, вообще говоря, не верно и требует отдельной проверки.

4. Бифуркационный анализ нормальной формы. В дальнейшем считаем, что $g_{jk} = g_{jk}^* \varepsilon^{1/2}$ ($j, k = 0, 1$). В этих условиях положим $z_j = \varepsilon^{1/2} \rho_j \exp(i\tau_j)$ ($j = 1, 2$), $t \rightarrow \varepsilon^{-1}t$ и выделим в (12)-(13) главную часть уравнений для „медленных переменных“ $\rho_1, \rho_2, \theta = \omega - 2\tau_1 - \tau_2$.

В результате имеем

$$\dot{\rho}_1 = (\tau_1 + a_{11}\rho_1^2 + a_{12}\rho_2^2)\rho_1 + |b_1|\rho_1\rho_2 \cos(\theta + \gamma_1), \quad (18)$$

$$\dot{\rho}_2 = (\tau_2 + a_{21}\rho_1^2 + a_{22}\rho_2^2)\rho_2 + |b_2|\rho_1^2 \cos(\theta + \gamma_2), \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \dot{\theta} = & \delta + (2c_{11} + c_{21})\rho_1^2 + (2c_{12} + c_{22})\rho_2^2 - \\ & - 2|b_1|\rho_2 \sin(\theta + \gamma_1) - |b_2|(\rho_1^2/\rho_2) \sin(\theta + \gamma_2). \end{aligned} \quad (20)$$

Здесь $\delta = -2\text{Im} \lambda_1^1 - \text{Im} \lambda_2^1$, $\tau_j = \text{Re} \lambda_j^1$, $a_{jk} = \text{Re} d_{jk}^0$, $c_{jk} = -\text{Im} d_{jk}^0$, $b_j = |b_j| \exp(-i\sigma_j)$ ($j, k = 1, 2$).

Параметры системы (18)-(20) могут меняться в широких пределах, имеются лишь ограничения на τ_1, τ_2 и вещественные части ляпуновских величин a_{11}, a_{22} . Первые два параметра определяют скорость изменения вещественной части корней квазимногочлена (2) и для их перехода из левой комплексной полуплоскости в правую должны быть положительными. В свою очередь величины a_{11}, a_{22} в случае наличия только одной пары чисто мнимых корней характеристического уравнения определяли бы, возникает или нет при потере устойчивости нулевого решения уравнения (1) устойчивый цикл. Будем считать, что это так и, следовательно, $a_{11} < 0$ и $a_{22} < 0$.

Рассмотрим фазовые перестройки системы (18) - (20) при некоторых дополнительных ограничениях на параметры. Предположим, что квазимногочлен (3) и нелинейность $G(x_1, x_2)$ таковы, что вычисленные по ним параметры нормальной формы удовлетворяют следующим соотношениям:

$$\tau_1 = \tau_2 = \tau^*, \quad a_{11} = a_{22}, \quad a_{21} = a_{12} = 0, \quad |b_2| = 2|b_1| = b, \quad (21)$$

$$\gamma_1 = -\gamma_2 = \gamma, \quad 2c_{11} + c_{21} = -2c_{12} - c_{22} = c. \quad (22)$$

Нормирующие замены переменных $\rho_j = \xi_j \sqrt{\frac{\tau_j}{a_{jj}}}$, $j = 1, 2$ и $t \rightarrow \tau^*t$, позволяют избавиться в (18) - (20) от параметров $\tau_1, \tau_2, a_{11}, a_{22}$ и перейти к системе

$$\dot{\xi}_1 = (1 - \xi_1^2)\xi_1 + 0.5b\xi_1\xi_2 \cos(\theta + \gamma), \quad (23)$$

$$\dot{\xi}_2 = (1 - \xi_2^2)\xi_2 + b\xi_1^2 \cos(\theta - \gamma), \quad (24)$$

$$\dot{\theta} = \delta + c(\xi_1^2 - \xi_2^2) - b(\xi_2 \sin(\theta + \gamma) + \frac{\xi_1^2}{\xi_2} \sin(\theta - \gamma)). \quad (25)$$

Рассмотрим перестройки фазового портрета системы (23) - (25) при фиксированных значениях параметров c, γ, δ и изменении величины b . Найдем сначала состояния равновесия системы (23) - (25) и условия их устойчивости.

Все решения алгебраической системы уравнений

$$(1 - \xi_1^2)\xi_1 + 0.5b\xi_1\xi_2 \cos(\theta + \gamma) = 0, \quad (26)$$

$$(1 - \xi_2^2)\xi_2 + b\xi_1^2 \cos(\theta - \gamma) = 0, \quad (27)$$

$$\delta\xi_2 + c\xi_2(\xi_1^2 - \xi_2^2) - b(\xi_2^2 \sin(\theta + \gamma) + \xi_1^2 \sin(\theta - \gamma)) = 0 \quad (28)$$

удается найти только численно, однако имеется одно решение, допускающее аналитическое представление. Оно получается, если приравнять нулю ξ_1 , тогда $\xi_2 = 1$, а $\theta = \theta^*$, где θ^* удовлетворяет уравнению $\sin(\theta^* + \gamma) = (\delta - c)/b$. Состояние равновесия

$$\text{col}(0, 1, \theta^*) \quad (29)$$

существует при $|(\delta - c)/b| \leq 1$, и для любых значений параметров, удовлетворяющих этому условию, представляет собой седло-узел.

Численный анализ алгебраической системы (26) - (28) позволяет найти состояния равновесия системы (23) - (25) и показать, что наряду с точкой (29) имеются еще по меньшей мере два состояния равновесия, одно из которых устойчиво при достаточно больших, а другое – при достаточно малых значениях b .

Рассмотрим теперь характер фазовых перестроек системы (23)-(25) при изменении b . Удалось выделить два бифуркационных сценария, которые реализуются при различных значениях c, γ, δ .

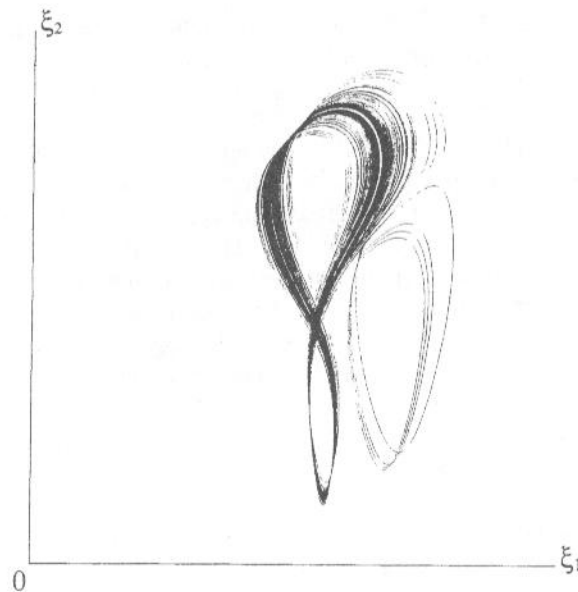


Рис. 1. Аттрактор динамической системы (23) - (25) при $b = 2.66$, $c = 10$, $\gamma = 2.2$, $\delta = 0$

Для первого сценария характерны следующие бифуркации:

- 1) при $0 < b < b_1$ устойчиво, причем в пределах точности численного счета глобально, состояние равновесия;
- 2) при $b = b_1$ происходит колебательная потеря устойчивости этого состояния равновесия и в результате бифуркации Андронова - Хопфа ветвится орбитно асимптотически устойчивый цикл;
- 3) полученный цикл меняется в размерах и исчезает в результате обратной бифуркации Андронова - Хопфа, после чего при $b > b_2$ устойчивым становится некоторое состояние равновесия.

Второй сценарий связан с возникновением хаотических колебаний. При $0 < b < b_1$, как и в предыдущем случае, глобально устойчиво состояние равновесия, а при $b = b_1$ также возникает устойчивый цикл, однако дальнейшее увеличение b приводит к усложнению колебаний и возникновению в результате бифуркации расщепления сепаратрис хаотического аттрактора.

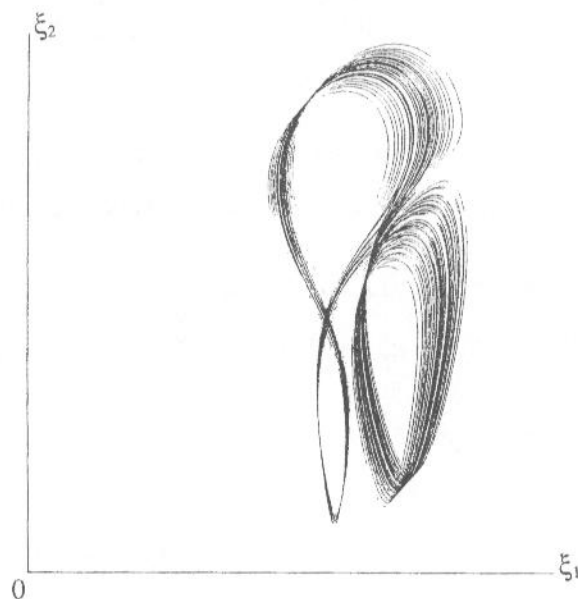


Рис. 2. Аттрактор динамической системы (23) - (25) при $b = 3$, $c = 10$, $\gamma = 2.2$, $\delta = 0$

Проследим за изменениями числовых характеристик хаотического режима при $c = 10$, $\gamma = 2.2$, $\delta = 0$. Вычисления дали следующие значения $b_1 \simeq 0.905$ и $b_2 \simeq 3.778$, при которых происходит прямая и обратная

бифуркации Андронова - Хопфа. При $2.66 < b < 3.1$ решения системы (23) - (25) совершают неупорядоченные колебания, для выяснения их природы были предприняты вычисления ляпуновских показателей и ляпуновской размерности аттрактора системы. Приведем три наиболее характерные ситуации:

- 1) при $b = 2.66$ $\lambda_1 = 0.069 \pm 0.001$, $\lambda_2 = 0$, $\lambda_3 = -6.589 \pm 0.001$, $d_L \approx 2.01$;
- 2) при $b = 3$ $\lambda_1 = 0.608 \pm 0.002$, $\lambda_2 = 0$, $\lambda_3 = -9.208 \pm 0.002$, $d_L \approx 2.066$;
- 3) при $b = 3.09$ $\lambda_1 = 0.34 \pm 0.002$, $\lambda_2 = 0$, $\lambda_3 = -8.596 \pm 0.002$, $d_L \approx 2.039$.

На рисунках 1 и 2 приведены проекции аттрактора динамической системы (23) - (25) на плоскость ξ_1, ξ_2 в ситуациях 1) и 2). В первом случае (см. рис. 1) значение b выбрано вблизи момента рождения хаотических колебаний, поэтому траектории системы долгое время остаются в некоторой окрестности потерявшего устойчивость цикла и лишь изредка наблюдаются всплески. Именно поэтому старший ляпуновский показатель в этой ситуации относительно мал. Во втором случае (рис. 2) наблюдается развитый хаос и старший ляпуновский показатель на порядок больше. Наконец, в третьем случае происходит относительное уменьшение этого показателя.

Дальнейшее увеличение бифуркационного параметра b приводит к тому, что при $b > 3.1$ устойчивым остается лишь цикл, который затем стягивается при $b = b_2 \approx 3.778$ в состояние равновесия.

На рисунке 3 приведен график зависимости старшего ляпуновского показателя аттрактора системы (23)-(25) от параметра b . Многократные вычисления с увеличенным разрешением по b показали, что существует область значений параметров, в которой изменения параметров не приводят к потере хаотического аттрактора, т. е. отсутствуют окна периодичности. В этой ситуации можно предположить, что аттрактору нормальной формы (23)-(25) будет соответствовать аттрактор исходной задачи (1) с близкими свойствами.

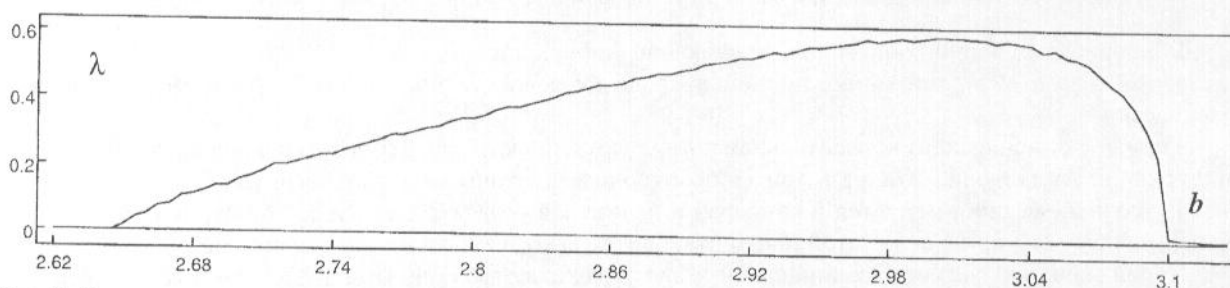


Рис. 3. Зависимость старшего ляпуновского показателя аттрактора системы (23) - (25) от параметра $2.6 < b < 3.1$ при $c = 10$, $\gamma = 2.2$, $\delta = 0$

Изменения параметров c , γ , δ показали, что при достаточно больших c , значениях γ из $(\pi/2, \pi)$, но не близких к границам этого промежутка и $|\delta| < 0.5$ хаотический сценарий фазовых перестроек сохраняется.

Литература

1. Рубаник В.П. Колебания квазилинейных систем с запаздыванием. М.: Наука, 1969. 288 с.
2. Колесов Ю.С., Швирта Д.И. Автоколебания в системах с запаздыванием. Вильнюс: Мокслас, 1979. 148 с.
3. Хенри Д. Геометрическая теория полулинейных параболических уравнений. М.: Мир, 1985. 376 с.
4. Марсен Дж., Мак-Кракен М. Бифуркация рождения цикла и ее приложения. М.: Мир, 1980. 368 с.

Оптимизация выполнения workflow-процессов

Горбунов О.Е.

Ярославский государственный университет
150 000, Ярославль, Советская, 14

получена 30 марта 2005

Аннотация

В работе рассматривается задача оптимизации выполнения workflow-процессов. Для этого предлагается подход, основанный на использовании системы массового обслуживания. Поставленная задача сводится к оптимизации по дисциплинам обслуживания. Использование вероятностно-разделительной дисциплины обслуживания позволяет свести исходную задачу к задаче нахождения параметров этой дисциплины.

В разделе 1 вводятся основные понятия и определения в области workflow. Определяется понятие workflow-процесса, приводятся характеристики его производительности. Указываются пути улучшения этих характеристик.

В разделе 2 определяются сети Петри, широко используемый формализм для моделирования распределенных систем. Приводятся также определения, связанные с функционированием сети Петри.

В разделе 3 рассматриваются вопросы моделирования workflow-процессов с помощью сетей Петри. Вводится понятие WF-сетей, используемых для этих целей. Перечисляются достоинства подхода к моделированию workflow-процессов на основе сетей Петри.

В разделе 4 приводятся необходимые сведения о теории массового обслуживания. Определяется общая модель, используемая в теории массового обслуживания и параметры, необходимые для ее спецификации. Описывается вероятностно-разделительная дисциплина обслуживания требований нескольких типов. Рассматривается вопрос оптимизации характеристик системы при использовании вероятностно-разделительной дисциплины.

В разделе 5 описывается модель, в которой поступают экземпляры workflow-процессов с определенной структурой. Экземпляры workflow-процессов выполняются некоторыми ресурсами. Ставится задача нахождения способа выбора заданий ресурсом для минимизации максимального штрафа от задержки выполнения.

В разделе 6 приводится способ решения поставленной задачи на основе теории массового обслуживания. Используется вероятностно-разделительная дисциплина обслуживания. Поставленная задача сначала сводится к оптимизационной, а затем к отысканию параметров вероятностно-разделительной дисциплины. Утверждается, что при найденных параметрах достигается минимум максимального штрафа от задержки выполнения.

1. Workflow-процессы

Организация Workflow Management Coalition (WfMC) занимается стандартизацией в области workflow-процессов. Здесь будем придерживаться терминологии, предложенной этой организацией [9].

Понятие workflow тесно связано с понятием бизнес-процесса.

Под *бизнес-процессом* понимается набор одной или нескольких связанных процедур или процессов, которые совместно реализуют цель бизнеса или задачу стратегии, обычно определяя функциональные роли и отношения в рамках организационной структуры.

Workflow - полная или частичная автоматизация бизнес-процесса, в которой документы, информация или задачи передаются от одного участника другому для обработки согласно набору процедурных ролей.

Workflow-процесс - представление бизнес-процесса в форме, предусматривающей автоматизированную обработку. Он включает набор взаимосвязанных *заданий*, информацию о *ресурсах*, способных их выполнять, критерии начала и окончания процесса.

Отметим, что Workflow-процесс - это описание некоторого типа процессов; на практике обрабатываются экземпляры (cases) некоторого workflow-процесса.

Использование технологии workflow позволяет трансформировать бизнес-процессы в инструменты ИТ.

Workflow Management System (WfMS) - система, которая определяет, создает и управляет выполнением workflow-процессов с помощью программного обеспечения, способного интерпретировать определение

процесса, взаимодействовать с участниками workflow-процесса и вызывать соответствующие приложения и оборудование.

На этапе выполнения у заданий, входящих в workflow-процессы, существуют различные характеристики работы. Ниже приводятся некоторые из них:

- средняя длительность выполнения;
- средняя стоимость выполнения;
- сумма штрафа при превышении определенной длительности выполнения.

У workflow-процесса в целом также существуют показатели, характеризующие его производительность. Перечислим некоторые из них:

- среднее количество экземпляров workflow-процесса, поступающих в единицу времени;
- средняя длительность выполнения экземпляра workflow-процесса;
- сумма штрафов при превышении определенных длительностей выполнения заданий, входящих в workflow-процесс;
- максимальный штраф при превышении определенных длительностей выполнения заданий, входящих в workflow-процесс.

Чем лучше эти характеристики, тем эффективнее выполняются workflow-процессы, тем эффективнее работает организация.

В зависимости от выбранной стратегии, для каждого workflow-процесса можно определить наиболее существенные характеристики его работы.

Улучшение этих показателей может быть достигнуто за счет изменения числа и производительности используемых ресурсов, модификации и оптимизации самих workflow-процессов и изменения приоритетов выполнения заданий.

2. Сети Петри

В качестве языка описания workflow-процессов будем использовать Workflow-сети (WF-сети), хорошо разработанное средство моделирования и анализа workflow-процессов.

WF-сети являются подклассом сетей Петри. В связи с этим, напомним основные определения, связанные с сетями Петри, из [5].

Сеть Петри N есть тройка (P, T, F) , где

- P - конечное множество позиций,
- T - конечное множество переходов, $(P \cap T = \emptyset)$,
- F - множество отношений, $F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$.

Графически сеть Петри изображается в виде двудольного ориентированного графа с множеством вершин $P \cup T$. Позиции изображаются кружками, переходы - прямоугольниками, отношения - стрелками, соединяющими позиции и переходы.

Для перехода t через $\bullet t$ обозначается множество позиций, в котором каждый элемент $v \in F(v, t)$, и через $t^\bullet$ - множество позиций, в котором каждый элемент $v \in F(t, v)$.

Для позиции p через $\bullet p$ обозначается множество переходов, в котором каждый элемент $u \in F(u, p)$, и через $p^\bullet$ - множество переходов, в котором каждый элемент $u \in F(p, u)$.

Разметка (состояние) сети Петри - это вектор $P \rightarrow \mathbb{N}$. Графически разметка изображается с помощью точек (фишек) в соответствующих позициях сети. Переход $t \in T$ является активным при разметке m , если и только если $\bullet t \leq m$. Активный переход может сработать. В результате срабатывания перехода разметка сети меняется и становится равной $m' = m - \bullet t + t^\bullet$. Срабатывание перехода t , переводящее разметку m в m' обозначается $m \xrightarrow{t} m'$.

Путем τ из разметки m в разметку m' называется последовательность срабатываний переходов $t_1, t_2, \dots, t_n$, такая, что существует последовательность разметок $m_1, m_2, \dots, m_{n-1}$: $m \xrightarrow{t_1} m_1 \xrightarrow{t_2} m_2 \dots m_{n-1} \xrightarrow{t_n} m'$.

Разметка m' называется достижимой из разметки m , если существует путь из m в m' : $m \xrightarrow{*} m'$.

Для разных задач могут использоваться разные подклассы сетей Петри, отличающиеся от приведенного выше определения.

Сеть Петри N является WF-сетью, если и только если:

- 1) В N имеется две специальные позиции: источник (i) и сток (f): $\bullet i = \emptyset$, $f\bullet = \emptyset$.
- 2) Для любого узла $n \in (P \cup T)$ существует путь из i в n и путь из n в f .

WF-сеть, у которой $\forall p \in P : |p\bullet| \leq 1, |\bullet p| \leq 1; \forall t \in T : |t\bullet| = 1, |\bullet t| = 1$, будем называть WF-сетью с линейной структурой.

У WF-сети N с линейной структурой финальным будет называть переход t , у которого $t\bullet = f$.

3. Моделирование workflow-процессов WF-сетями

Задания workflow-процесса моделируются с помощью переходов WF-сети, условия моделируются позициями. Начальная разметка WF-сети (m_i) определяется следующим образом: $m_i(i) = 1, m_i(p) = 0, \forall p \neq i$. Начальная разметка соответствует ситуации, когда экземпляр workflow-процесса поступил для обработки. По аналогии имеется финальная разметка сети (m_f): $m_f(f) = 1, m_f(p) = 0, \forall p \neq f$. Финальная разметка означает завершение обработки экземпляра workflow-процесса.

Обычно к моделям workflow-процессов в виде WF-сетей предъявляется требование, чтобы они обладали свойством soundness. Это свойство определяется следующим образом [5]:

$$\begin{aligned} \forall m : (m_i \xrightarrow{*} m) &\Rightarrow (m \xrightarrow{*} m_f) \\ \forall m : (m_i \xrightarrow{*} m \wedge m \geq m_f) &\Rightarrow (m = m_f) \\ \forall t \in T : \exists m, m' : m_i &\xrightarrow{*} m \xrightarrow{t} m'. \end{aligned} \quad (1)$$

Использование подхода к моделированию workflow-процессов на основе сетей Петри имеет ряд достоинств [5]:

- Формальная семантика. Бизнес-процесс, описанный в терминах сети Петри, имеет ясное и точное определение.
- Графическое представление. Модели обладают большой степенью наглядности, что обеспечивает взаимодействие с конечными пользователями.
- Выразительность. Сети Петри обеспечивают все элементарные конструкции, определенные WfMC для моделирования бизнес-процессов (последовательное выполнение, параллельное, условное, итеративное).
- Анализ и верификация. Разработано много методов анализа различных видов сетей Петри. Они могут использоваться для доказательства свойств (безопасность, наличие deadlock, soundness и т.д.).

В моделях workflow-процессов, представленных WF-сетями, выражается частичный порядок следования заданий безотносительно ресурсов (машин, рабочего персонала и т.д.), которые могут эти задания выполнить.

Разными авторами предлагаются разные способы моделирования ресурсов в WF-сетях. Например, в [7] рассматриваются RCWF-сети (Resource Constrained Workflow-nets). В этих сетях вводится множество ресурсных позиций, в которых фишки соответствуют имеющимся в системе ресурсам, и эти позиции соединяются дугами с переходами, представляющими задания в WF-сети.

4. Необходимые сведения о теории массового обслуживания

Теория массового обслуживания используется в ситуациях, когда возникает массовый спрос на обслуживание какого-либо специального вида. Она позволяет установить взаимную зависимость между числом обслуживающих единиц и качеством обслуживания, найти максимальный уровень качества обслуживания при заданном количестве обслуживающих единиц и решить другие подобные задачи.

Приведем основные определения, связанные с теорией массового обслуживания, из [4].

Обозначим через $x(t)$ число вызовов, поступающих за промежуток времени $(0, t)$. Тогда для каждого фиксированного значения $t > 0$ $x(t)$ представляет собой случайную величину. При переменном t , $x(t)$ представляет собой однопараметрическое семейство случайных величин, которое называют случайным процессом или случайным потоком.

Математическое ожидание числа вызовов в единицу времени называют интенсивностью данного потока.

Пуассоновский поток - это всякий поток, обладающий следующими свойствами:

- 1) Стационарность. Каковы бы ни были $t > 0$ и целое $k \geq 0$, вероятность того, что за промежуток времени $(a, a+t)$ произойдет k событий, одна и та же для всех $a \geq 0$ (и, значит, зависит только от k и t). Стационарность потока выражает собой неизменность его вероятностного режима во времени.
- 2) Отсутствие последействия. Вероятность наступления k событий за промежуток времени $(a, a+t)$ не зависит от чередования событий до момента a ; другими словами, условная вероятность наступления k событий за промежуток времени $(a, a+t)$, вычисленная при любом предположении о чередовании событий до момента a , равна безусловной вероятности того же события. Отсутствие последействия выражает собой взаимную независимость протеканий потока в непересекающихся между собой промежутках времени.
- 3) Ординарность. Пусть для данного стационарного потока $\psi(t)$ означает вероятность того, что за (где угодно расположенный) промежуток времени длины t наступит по меньшей мере два события. Тогда $\psi(t) = o(t)$ ($t \rightarrow 0$). Ординарность потока выражает собой практическую невозможность совмещения двух или более событий в один и тот же момент времени.

Число событий в единицу времени у пуассоновского потока имеет распределение Пуассона с некоторым параметром λ . А из этого следует, что времена между последовательными наступлениями событий распределены экспоненциально с тем же параметром λ .

Общая используемая в этой теории модель обслуживания имеет следующую структуру [1]. На некоторое устройство в случайные моменты времени поступают требования и требуют какого-либо рода обслуживания.

Процессы массового обслуживания определяются заданием следующих характеристик:

- 1) Входящий поток требований, для задания которого необходимо знать распределение моментов поступления требований или распределение интервалов между моментами поступления.
- 2) Распределение длительности обслуживания требования, в течение которого прибор занят обслуживанием.
- 3) Число обслуживающих приборов
- 4) Дисциплина обслуживания. Сюда входит задание способа постановки требований на обслуживание, порядка и снятия с обслуживания.

Обычно используется сокращенное обозначение систем массового обслуживания: $a|b|c$, где a определяет распределение времени между поступлениями требований, b - распределение времени обслуживания, c - число приборов. Например, M в качестве a или b обозначает экспоненциальное распределение, M_i - экспоненциальное распределение с i типами требований, G - относительно распределений не делается никаких частных предположений. GI в качестве a означает, что времена между поступлениями требований независимы, на вид распределения не накладывается ограничений.

Чаще всего рассматривается рекуррентный входящий поток требований. Рекуррентный входящий поток требований характеризуется тем, что интервалы между последовательными моментами поступления требований являются независимыми одинаково распределенными положительными случайными величинами.

Обычно предполагается также, что длительности обслуживания отдельных требований одного типа - независимые одинаково распределенные положительные случайные величины, не зависящие от входящего потока.

1. Вероятностно - разделительная дисциплина

В [3] предложена вероятностно-разделительная дисциплина для системы с n типами требований, обслуживаемых без прерывания на одном приборе.

Каждому поступившему требованию присваивается приоритет - одно из чисел $1, 2, \dots, 2n$ по следующему правилу: требованию типа i с вероятностью b_i приписывается приоритет j , а с вероятностью $1 - b_i$ - приоритет m , $1 \leq j < m \leq 2n$. Причем разным типам требований присваиваются разные приоритеты. На обслуживание ставится требование с наименьшим приоритетом.

Таким образом, параметрами дисциплины являются:

- 1) вектор действительных чисел длины n : $b = (b_1, \dots, b_n)$, $0 \leq b_i \leq 1$;
- 2) кортеж длины $2n$ натуральных чисел $\pi = (a_1, \dots, a_{2n})$, такой, что каждое число из множества $\{1, \dots, n\}$ встречается в кортеже 2 раза.

2. Оптимизация средних времен ожидания в системе $M_n|G_n|1$

В системе $M_n|G_n|1$ имеется n типов требований, пронумерованных числами $1, \dots, n$. Входящий поток каждого типа требования i , $i = 1 \dots n$, является пуассоновским с некоторым параметром λ_i . Длительности обслуживания требований - независимые случайные величины с функцией распределения $B_i(t)$ для требований i -го типа. Положим $m_i = \int_0^\infty t dB_i(t)$, $i = 1, \dots, n$. Требования одного типа обслуживаются в порядке поступления. Дисциплина обслуживания определяет способ выбора типа требования, которое будет поставлено на обслуживание после завершения обслуживания каждого требования. Прерывание обслуживания требований не допускается. После завершения обслуживания требование выбывает из системы.

Обозначим $\rho_i = \lambda_i m_i$, $i = 1, \dots, n$, и будем предполагать, что выполнено условие $\rho_1 + \dots + \rho_n < 1$, при нарушении которого не существует стационарного режима.

В [3] доказано, что для системы $GI|G_n|1$ средние времена ожидания требований в очереди при произвольных дисциплинах обслуживания образуют многогранник специального вида.

Для системы $M_n|G_n|1$ многогранник средних времен ожидания требований в очереди будет иметь следующий вид [3]. Обозначим через $w(x_1, \dots, x_n)$ функцию:

$$w(x_1, \dots, x_n) = \frac{\sum_{i=1}^n \rho_i x_i}{1 - \sum_{i=1}^n \rho_i x_i} \sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i}{2} \int_0^\infty t^2 dB_i(t). \quad (2)$$

Пусть $W_1, \dots, W_m$ - средние времена ожидания требований в очереди в стационарном режиме при некоторой дисциплине обслуживания, тогда

$$\sum_{i \in S} \rho_i W_i \geq w(\gamma(S)) \quad \forall S \subset \{1, 2, \dots, n\}, \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n \rho_i W_i = w(1, 1, \dots, 1), \quad (4)$$

где $\gamma(S) = (\gamma_1, \dots, \gamma_n)$ - характеристический вектор множества S , т.е. $\gamma_i = 1$, если $i \in S$, и $\gamma_i = 0$, если $i \notin S$, $i = 1, 2, \dots, n$.

Средние времена ожидания заявок в очереди $W_1, \dots, W_n$ в стационарном режиме при вероятностно-разделительной дисциплине обслуживания с параметрами b, π определяются по формуле[3]:

$$\rho_i W_i = w(\beta^{(r+1)}(\pi)) - w(\beta^{(r)}(\pi)) + w(\beta^{(s+1)}(\pi)) - w(\beta^{(s)}(\pi)),$$

где $\pi_r = \pi_s = i$, $i = 1, \dots, n$; вектор $\beta^m(\pi) = (\beta_1^m(\pi), \dots, \beta_n^m(\pi))$ задается следующим образом:

$$\beta_j^m(\pi) = \begin{cases} 0, & \text{если } \forall s < m : \pi_s \neq j, \\ b_j, & \text{если } \exists s, r : s < m \leq r, \pi_s = \pi_r = j, \\ 1, & \text{если } \exists s, r < m : \pi_s = \pi_r = j. \end{cases}$$

Используя оптимизационные методы, можно определить точку многогранника (3)-(4), в которой достигается оптимум любой функции от средних времен ожидания требований.

В [3] доказано, что средние времена ожидания требований в очереди, полученные при какой-нибудь дисциплине, могут быть получены и при вероятностно - разделительной дисциплине.

В [8] приведен алгоритм нахождения параметров вероятностно - разделительной дисциплины для любой точки многогранника средних времен ожидания.

Таким образом, задача оптимизации средних времен ожидания требований в системе $M_n|G_n|1$ сводится к оптимизационной на многограннике с последующим нахождением параметров вероятностно-разделительной дисциплины для найденной оптимальной точки.

5. Постановка задачи

Здесь мы рассматриваем следующую задачу. Предполагается, что имеется m workflow-процессов $WF^1 \dots WF^m$, смоделированных с помощью WF-сетей с линейной структурой. Модели являются корректными: соответствуют реальным процессам и обладают свойством soundness (1).

Экземпляры процессов поступают в WfMS для выполнения и образуют пуассоновский поток для каждого процесса с интенсивностью λ_i . Имеется множество $RES = \{RES_1, \dots, RES_r\}$ ресурсов, способных выполнять задания из экземпляров WF^i .

Множество заданий из WF^i составляет множество $TASK^i = \{task_1^i, \dots, task_{z_i}^i\}$. Все задания из всех процессов различны. Предполагается, что в случае, если ресурс занят, поступающее задание ставится в очередь заданий других экземпляров процесса.

Каждое задание может быть выполнено только одним ресурсом, т.е. существует однозначное соответствие между заданием и ресурсом, который может это задание выполнить. Кроме того, существует только один ресурс (обозначим этот ресурс RES_z), способный выполнять задания нескольких типов, причем эти задания являются финальными в каждом процессе.

Обозначим T_z - множество финальных заданий, которые может выполнять ресурс RES_z .

Длительность выполнения ресурсом задания $task_j^i$, не являющегося финальным, распределена экспоненциально с параметром μ_j^i . Длительности выполнения финальных заданий - независимые случайные величины с функцией распределения $B_i(t)$ для задания $task_{z_i}^i$. Положим $m_i = \int_0^\infty t dB_i(t)$, $i = 1, \dots, m$.

Обозначим $\rho_j^i = \frac{\lambda_i}{\mu_j^i}$ при $j \neq z_i$; $\rho_{z_i}^i = \lambda_i m_i$.

Будем предполагать, что выполнены условия:

$$\rho_j^i < 1 \text{ при } j \neq z_i, \quad (5)$$

$$\rho_{z_1}^1 + \dots + \rho_{z_m}^m < 1, \quad (6)$$

при нарушении которых очереди неограниченно растут (не существует стационарного режима).

Считаем, что время выполнения каждого задания обусловлено используемой технологией и не может быть изменено. Количество используемых ресурсов и их характеристики также постоянны.

WfMS управляет выполнением каждого экземпляра процесса в соответствии с моделями WF^i , назначая задачи ресурсам по мере необходимости. WfMS обладает гибкостью при определении способа выбора очереди заданий при освобождении ресурса.

Обозначим через W_i среднюю задержку выполнения задания $task_{z_i}^i$ из-за занятости ресурса RES_{z_i} .

Для финальных заданий $task_{z_i}^i$ из workflow-процесса WF^i задано число $pb_i > 1$, представляющее собой характеристику штрафа от задержки выполнения задания из-за занятости ресурса.

Для workflow-процессов WF^i требуется минимизировать функцию, равную максимальному штрафу от простоя из-за занятости ресурса:

$$F(W_1, \dots, W_m) = \max_i ((pb_i)^{W_i}). \quad (7)$$

Т.к. оптимизация может быть достигнута только за счет задания в WfMS механизма выбора очереди заданий для ресурса RES_{z_i} , нашей задачей является нахождение этого механизма.

6. Схема решения

Рассмотрим процесс выполнения заданий из любого WF^i . По условию, для всех заданий из WF^i , кроме финального, существует взаимно однозначное соответствие между заданием и ресурсом, способным это задание выполнить. Предположим, что количество заданий в WF^i , $z_i > 1$.

Процесс выполнения первого задания $task_1^i$ образует систему массового обслуживания $M|M|1$. Входящий поток - пуассоновский с интенсивностью λ_i , этот поток совпадает с потоком экземпляров WF^i . Длительности обслуживания распределены экспоненциально с параметром μ_1^i . Обслуживающий прибор один. В случае занятости прибора задания экземпляров WF^i ставятся в очередь. Обслуживание происходит в порядке очереди (FIFO). $\rho_1^i < 1$ (5).

В силу теоремы Вурке [6], процесс выбытия обслуженных требований из системы $M|M|1$ в стационарном режиме образует пуассоновский поток с той же интенсивностью, что и интенсивность входящего потока.

Таким образом, поток заданий $task_2^i$ образует пуассоновский поток с интенсивностью λ_i .

Последовательно рассматривая все задания из WF^i , получаем, что поток финальных заданий $task_{z_i}^i$ образует пуассоновский поток с интенсивностью λ_i .

Для решения поставленной задачи построим систему массового обслуживания $M_m|G_m|1$, соответствующую ресурсу RES_z , который выполняет финальные задания.

Требованиями в этой системе будут финальные задания из экземпляров $WF^1 \dots WF^m$. Для построенной системы будет выполняться следующее:

- 1) один обслуживающий прибор;
- 2) число типов требований в системе равно $|T_z| = m$. Требования одного типа обслуживаются в порядке поступления. После завершения обслуживания каждого требования мгновенно выбирается тип требования, которое будет поставлено на обслуживание. Способ выбора требования определяется дисциплиной обслуживания. При наличии требования в очереди всегда выбирается некоторый тип из имеющихся. Прерывание обслуживания требований не допускается. После завершения обслуживания требования выбывает из системы.
- 3) входной поток пуассоновский, с интенсивностью $\lambda_1 + \dots + \lambda_m$. Интенсивность потока требований типа i равна λ_i ;
- 4) длительности выполнения требований - независимые случайные величины с функциями распределения $B_1(t) \dots B_m(t)$;
- 5) $\rho_i = \lambda_i m_i$, $\rho_1 + \dots + \rho_m < 1$ (6).

Задача минимизации функции $F(W_1, \dots, W_m)$ (7) от средних времен ожидания требований разных типов по дисциплинам обслуживания построенной системы $M_m|G_m|1$ решается следующим образом.

- 1) Находится $\min F(W_1, \dots, W_m)$ (7) на многограннике (3)-(4). Пусть минимум достигается в точке W^* .
- 2) По алгоритму, предложенному в [8], находятся параметры b, π вероятностно-разделительной дисциплины, при которых $W_i(b, \pi) = W_i^*$

Найденные параметры можно использовать в WfMS в качестве механизма выбора очереди заданий при освобождении ресурса. При этом достигается минимум целевой функции (7), равной максимальному штрафу от простоя задания из-за занятости ресурса.

Список литературы

1. Карлин С. Основы теории случайных процессов. М.: Мир, 1971.
2. Ломазова И.А. Вложенные сети Петри: моделирование и анализ распределенных систем с объектной структурой. Ярославль, 2002.
3. Тимофеев Е.А. Вероятностно - разделительная дисциплина обслуживания и многогранник средних времён ожидания в системе $GI|G_n|1$. // Автоматика и телемеханика. 1991. С.121- 125.
4. Хинчин А.Я. Работы по математической теории массового обслуживания. М.: Физматгиз, 1963.
5. Van der Aalst M. P. The application of Petri Nets to Workflow Management. // The Journal of Circuits, Systems and Computers. 1998. 8 (1). P.21-66.
6. Cooper R. B.. Introduction to queueing theory. Second edition. Elsevier North Holland, Inc. 1981.
7. Van Hee K., Sidorova N., Voorhoeve M. Resource-Constrained Workflow Nets. // Proc. of Concurrency Specification and Programming, CS&P'2004, Caputh, September 24-26, 2004, Informatik-Bericht Nr. 170, Humboldt-Universitet zu Berlin. P. 166-177.
8. Sokolov V.A., Timofeev E.A. Dynamical Priorities without Time Measurment and Modification of the TCP. // PSI 2001, LNCS 2244. P.240-245.
9. WfMC Glossary. <http://www.wfmc.org>.

УДК 519.68:[681.5137+612.8.001.57+007.51/52]

О некоторых свойствах характеристического набора коэффициентов черно-белого цифрового изображения

Парфенов П. Г.

Ярославский государственный университет

150 000, Ярославль, Советская, 14

получена 30 марта 2000

Аннотация

В работе получены необходимые условия того, чтобы набор неотрицательных целых чисел был характеристическим набором коэффициентов для некоторого черно-белого изображения.

Набор коэффициентов, задающий количество фрагментов размера 2×2 соответствующих типов для черно-белого цифрового изображения, дает существенную информацию о геометрических и топологических свойствах изображения. По существу, хоть и в неявном виде, такого рода набор использовался в работе Дуды, на которого ссылается Прэтт [1], для оценки площади и периметра изображения. Грэй [2] также, исходя фактически из этого набора, приводит формулы для вычисления эйлеровой характеристики и для оценки числа связных компонент изображения. В работе [3] указанный набор коэффициентов позволяет строить систему векторов, решающих задачу различения изолированных элементов из фиксированных традиционных систем символов, в частности алфавитно-цифровых. В настоящей заметке этот характеристический набор коэффициентов является самостоятельным объектом изучения, в ней получены некоторые необходимые условия того, чтобы набор из шестнадцати неотрицательных целых чисел являлся характеристическим набором коэффициентов для некоторого черно-белого цифрового изображения.

Переходим теперь к точным формулировкам. В настоящей работе под изображением A будем понимать матрицу $A = (a_{ij})$ размера $m \times n$ с элементами, принимающими значения либо 0, либо 1. Фрагментом s размера 2×2 изображения A называется любая подматрица матрицы A , состоящая из элементов $a_{ij}, a_{i+1j}, a_{ij+1}, a_{i+1j+1}$. Символика $s \subseteq A$ обозначает, что s является фрагментом. Построим следующую таблицу:

S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	S_{13}	S_{14}	S_{15}
0 0	1 0	0 1	0 0	0 0	0 0	1 1	0 1	1 0	0 0	0 1	1 0	0 1	1 1	1 1	1 1
0 0	0 0	0 0	0 1	1 0	0 0	0 1	1 1	1 0	0 1	1 0	1 1	1 1	1 1	1 0	1 1
K_0	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	K_8	K_9	K_{10}	K_{11}	K_{12}	K_{13}	K_{14}	K_{15}

Рис. 1.

Всего существует 16 различных типов фрагментов, обозначенных символами $s_l, l = \overline{0, 15}$, и расположенных в первой строке таблицы. Во второй строке представлен геометрический аналог соответствующего типа, в третьей строке указан вид подматриц представляющих данный тип. Четвертая строка указывает число фрагментов типа $s_l, l = \overline{0, 15}$, таких, что $s_l \subseteq A$, этот набор неотрицательных целых чисел $k_l, l = \overline{0, 15}$ будем называть характеристическим набором коэффициентов изображения A , построенных по системе фрагментов размера 2×2 . Из определения фрагмента s размера 2×2 следует

УТВЕРЖДЕНИЕ 1. Для любого изображения A верно

$$\sum_{l=0}^{15} k_l = (n-1)(m-1).$$

УТВЕРЖДЕНИЕ 2. Для любых действительных $a, b \in R$ числа

$$\begin{aligned}\chi_1 = & 1/4(k_1 + k_2 + k_3 + k_4) - 1/4(k_{11} + k_{12} + k_{13} + k_{14}) + \\ & + 1/2(k_9 + k_{10}) + a(k_5 - k_7 + k_{11} - k_{12} - k_{13} + k_{14}) + \\ & + b(k_6 - k_8 + k_{11} - k_{12} + k_{13} - k_{14}),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\chi_2 = & 1/4(k_1 + k_2 + k_3 + k_4) - 1/4(k_{11} + k_{12} + k_{13} + k_{14}) - \\ & - 1/2(k_9 + k_{10}) + a(k_5 - k_7 + k_{11} - k_{12} - k_{13} + k_{14}) + \\ & + b(k_6 - k_8 + k_{11} - k_{12} + k_{13} - k_{14})\end{aligned}$$

являются целыми.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Выражения для χ_1 и χ_2 - это результат работы [4], выписанный в явном виде с использованием двухпараметрического семейства функций, существование которого в ней доказано. Выражения для χ_1 и χ_2 представляют собой эйлерову характеристику соответствующего изображения, χ_1 для слабой связности, а χ_2 для сильной связности, отсюда следует Утверждение 2, так как эйлерова характеристика является целочисленным инвариантом.

УТВЕРЖДЕНИЕ 3. Выражения

$$(k_1 + k_2 + k_3 + k_4) - (k_{11} + k_{12} + k_{13} + k_{14}) \pm 2(k_9 + k_{10})$$

являются целыми кратными 4.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Полагая $a = b = 0$ в Утверждении 2 и домножая χ_1 и χ_2 на 4, получаем Утверждение 3, из которого легко следует:

УТВЕРЖДЕНИЕ 4. Выражение

$$(k_1 + k_2 + k_3 + k_4) - (k_{11} + k_{12} + k_{13} + k_{14})$$

является четным целым числом.

УТВЕРЖДЕНИЕ 5. Верны следующие тождества:

$$k_5 - k_7 + k_{11} - k_{12} - k_{13} + k_{14} = 0,$$

$$k_6 - k_8 + k_{11} - k_{12} + k_{13} - k_{14} = 0.$$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Возьмем, например, выражение для χ_1 из Утверждения 2, оно представляет собой линейную функцию относительно a и b , а так как χ_1 - целое для любых $a, b \in R$, то $\chi_1 = \text{const}$, следовательно, коэффициенты при a и b равны нулю, что и дает сформулированное Утверждение 5.

УТВЕРЖДЕНИЕ 6. Выражения $k_5 + k_6 - k_7 - k_8$ и $k_5 - k_6 - k_7 + k_8$ являются четными целыми числами.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Возьмем сумму выражений из Утверждения 5, тогда

$$k_5 + k_6 - k_7 - k_8 + 2k_{11} - 2k_{12} = 0,$$

откуда

$$k_5 + k_6 - k_7 - k_8 = 2(k_{12} - k_{11}).$$

Аналогично получается второе выражение.

УТВЕРЖДЕНИЕ 7. Для каждой из следующих подсистем характеристического набора коэффициентов:

1. $k_1, k_2, k_3, k_4, k_{11}, k_{12}, k_{13}, k_{14}$;
2. $k_5, k_7, k_{11}, k_{12}, k_{13}, k_{14}$;
3. $k_6, k_8, k_{11}, k_{12}, k_{13}, k_{14}$;
4. k_5, k_6, k_7, k_8 ;
5. $k_1, k_2, k_3, k_4, k_6, k_8$;
6. $k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_7$.

верно, что алгебраическая сумма, то есть сумма элементов данной подсистемы, взятых с произвольными знаками плюс или минус, является четным числом.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Для подсистем из пунктов 1, 2, 3, 4 Утверждение 7 является простым следствием Утверждений 4, 5, 6, так как любая смена знака в этих выражениях на противоположный не меняет четности. Для подсистем из пунктов 5 и 6 достаточно взять соответствующие суммы выражений из Утверждений 4 и 5.

В заключение пользуюсь возможностью отметить участие в экспериментах и расчетах проверочного характера по тематике данной заметки студентов факультета ИВТ Назарычева С. и Жигалова А.

Список литературы

1. Прэтт У. Цифровая обработка изображений. Кн.2. М.:Мир, 1982.
2. Gray S.B. Local properties of binary images in two dimensions //IEEE Trans.Computers. 1971. May, C-20, 5. P. 551-561.
3. Парфенов П.Г. Некоторые числовые характеристики изображений, инвариантные относительно сдвигов и поворотов// Моделирование и анализ информационных систем. Ярославль, 1998. Вып.5. С.58-61.
4. Парфенов П.Г. Об эйлеровой характеристике изображения // Архитектура и программное обеспечение вычислительных систем. Ярославль, 1992. С.76-79.